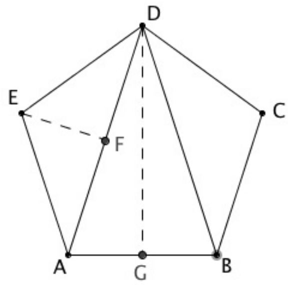
Dr. Reimund Albers Wintersemester 2013/14

Mathematisches Denken und Lehren 1

7. Übung
Regelmäßige Vielecke,

Präsenzübungen (für Di, 3.12.)

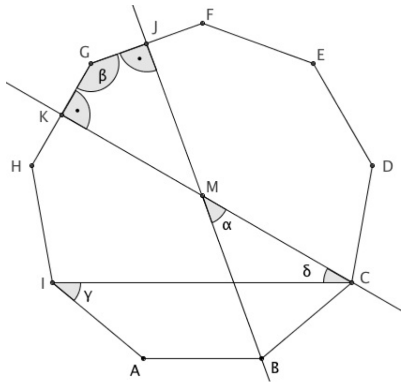


1. Regelmäßiges Fünfeck
   Den Flächeninhalt des regelmäßigen Fünfecks kann man berechnen, indem man das Fünfeck in drei Dreiecke zerlegt. Die Kantenlänge des Fünfecks ist a.
   a. Geben Sie die Diagonallänge (z.B. $|AD|$) in Abhängigkeit von a an.
   b. Berechnen Sie die Längen der Höhen $\overline{EF}$ und $\overline{GD}$.
   c. Man erhält als fertige Lösung $A=\frac{1}{4}a^2\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}+\sqrt{5+2\sqrt{5}}\right)$. Leiten Sie diese Formel her.

Hausübungen (Abgabe: Do, 5.12.)

2. Finden von mehreren, aber endlich vielen Lösungen
   In der Vorlesung hatten wir für den Fall, dass in einem Knoten drei regelmäßige Vielecke zusammenstoßen, die Gleichung $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$ hergeleitet, wobei *a, b* und *c* natürliche Zahlen sind. Durch systematisches Probieren und mit einigen geschickten, zielführenden Umformungen kann man alle Lösungen finden.
   Anleitung für den Fall $a = 4$.
   a. Setzen Sie $a = 4$ ein. Sie erhalten dann $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{4}$. Erläutern Sie das.
   b. Lösen Sie die Gleichung nach c auf. *(Lösung:* $c=\frac{4b}{b-4}$ *)*
   Warum löst man nach c auf und nicht nach b? *(Achtung, ist eher eine Fangfrage)*
   c. Erläutern Sie, wie man die Lösung von Aufgabe b. umformt in $c=4+\frac{16}{b-4}$ (Z.B. Polynomdivision oder Trick)
   d. Welche Schlüsse können Sie ziehen, wenn Sie auf die Bedingung achten, dass b und c natürliche Zahlen sein sollen? Welche Zahlen können Sie für den Nenner $b-4$ nur wählen? Welche Lösungen ergeben sich daraus für b? Berechnen Sie dann das jeweils zugehörige c.
   e. Sammeln Sie nun alle gefundenen Lösungstripel a, b, c. Machen Sie für jedes Tripel die Probe für die Gleichung $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$. Begründen Sie, warum es nur diese Lösungen gibt, warum es also keine weiteren Lösungen geben kann.

3. regelmäßige Vielecke
Die Abbildung rechts zeigt ein regelmäßiges Neuneck (ABCDEFGHI).
Machen Sie für alle Aufgaben deutlich, wie Sie vorgegangen sind.



   a. Wie groß ist der Winkel α?
   b. Berechnen Sie den Winkel β als einen Winkel im Viereck MJGK.
   c. Berechnen Sie den Winkel γ .
   d. Berechnen Sie den Winkel δ. *(Hinweis: δ ist einer der vier Winkel des Vierecks ICKH)*

4. Machen Sie für den Fall des archimedischen Parketts, bei dem in einem Knoten vier regelmäßige Vielecke zusammenstoßen, den Ansatz analog zum Vorgehen in der Vorlesung für den Fall von drei Vielecken.

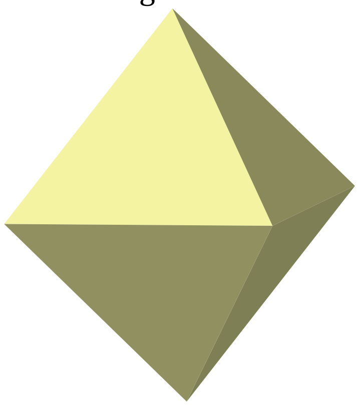
   Wenn die Eckenzahlen a, b, c und d sind, erhält man die Gleichung $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$.

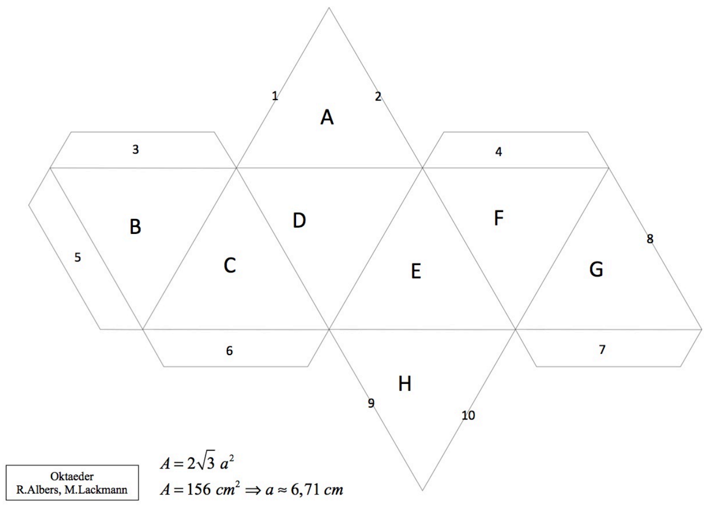
   Leiten Sie diese Gleichung her.

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

5. Das Bild zeigt das Netz eines Oktaeders (Doppelpyramide).





   a. Welche Kanten stoßen beim Zusammenbauen zusammen?
   b. Welche Flächen liegen sich nach dem Zusammenbauen gegenüber?
   Sie finden auf der Vorlesungsseite einen Bastelbogen für das Oktaeder.