

## 6. Übung

### Pascalsches Dreieck

Präsenzübungen (für Di, 26.11.)

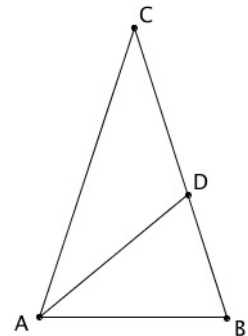
#### 1. Gleichschenklige Dreiecke

Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck  $ABC$  mit  $|AC| = |BC|$ .

Die Strecke  $\overline{AD}$  ist nun so gezeichnet, dass sowohl das Dreieck  $ABD$  als auch das Dreieck  $ADC$  gleichschenklige sind. Dabei gilt

$$|AB| = |AD| \text{ und } |AD| = |DC|.$$

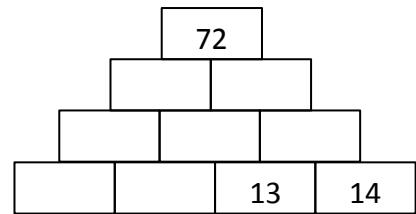
- Aus diesen Angaben sind alle Winkel in ihrer Größe bestimmt. Geben Sie sie in Grad an.
- Begründen Sie, dass das Dreieck  $ABD$  ähnlich ist zum Dreieck  $ABC$ .
- Zeigen Sie, dass  $D$  die Strecke  $\overline{BC}$  im goldenen Schnitt teilt. (Nennen Sie die Länge  $|AB| = |AD| = |DC| = x$  und die Länge  $|BC| = 1$ . Nun müssen Sie nur noch zeigen, dass  $x = \varphi$  ist.)



Hausübungen (Abgabe: Do, 28.11.)

- Lesen Sie im Skript zum Pascalschen Dreieck auf S. 20/21 (Abschnitt 1.3.4), wie man die Binomialkoeffizienten direkt  $\binom{n}{k}$  ausrechnen kann, und wie man insbesondere vermeiden kann, die Fakultäten vollständig (mit dem Taschenrechner) auszurechnen. Erläutern Sie das am Beispiel  $\binom{20}{6}$ .
- $\sum_{k=0}^{14} \binom{5+k}{k}$  Welcher „Hockey-Schläger“ wird hier gebildet? Machen Sie eine Skizze oder textliche Beschreibung. Was ist das Ergebnis? Dazu ist es nicht notwendig, dass Sie alle Zahlen der Summe ausrechnen.

4. Ihre Schüler sollen die nebenstehende Zahlenmauer ausfüllen. Dabei sollen in der untersten Zeile die Zahlen von links nach rechts echt zunehmen, also auch nicht gleich sein.



Als gute LehrerIn wollen Sie natürlich auf alle möglichen Lösungen vorbereitet sein.

- Finden Sie alle und geben Sie sie systematisch an.
  - Welche Überlegungen lassen Sie sicher sein, dass Sie wirklich alle Lösungen erwischt haben?
5. Sie wollen die 19. Fibonacci-Zahl im Pascalschen Dreieck als „Diagonale“ identifizieren.
- In welcher Zelle, d.h. in welcher Zeile, beginnen Sie am linken Rand?
  - Welche Zahlen sind die nächsten beiden auf dem Weg entlang der „Diagonale“?
  - Welches ist die letzte Zahl „rechts oben“?

6. Im Pascalschen Dreieck gilt die Gesetzmäßigkeit  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ .

- Setzen Sie  $n = 6$  und rechnen Sie damit die Formel konkret nach.
- Beschreiben Sie mit einem Text den Inhalt der Formel für allgemeines  $n$ .
- Schreiben Sie die Entwicklung von  $(a+b)^6$  auf.
- Setzen Sie in der Gleichung für  $(a+b)^6$  aus Aufgabe c.  $a = 1$  und  $b = -1$ .
- Fügen Sie nun alles zusammen und begründen Sie, warum  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$  richtig ist.