5. Übung
Pascalsches Dreieck

Präsenzübungen (für Di, 19.11.)

1. Machen Sie sich folgende Gesetzmäßigkeiten klar:

   a. $n!\cdot(n+1)=(n+1)!$ b. $\dfrac{n!}{n(n-1)}=(n-2)!$

   c. $(n+2)!\neq n+2!$ d.h. die Klammern dürfen nicht fehlen

   d. $(n+2)!\neq n!+2!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf eine Summe verteilen

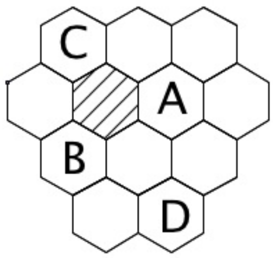
   e. $(2n)!\neq 2!\cdot n!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf ein Produkt verteilen

   f. $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}\cdot\dfrac{n-k}{k+1}=\begin{pmatrix} n \\ k+1 \end{pmatrix}$

Hausübungen (Abgabe: Do, 21.11.)

2. Die Abbildung rechts zeigt einen Ausschnitt aus dem Pascalschen Dreieick. Die schraffierte Zelle hat die „Koordinaten“ $\begin{pmatrix} n \\ k-1 \end{pmatrix}$.

   Welche Zellen sind dann A, B, C bzw. D?



3.

   a. Wenn Sie $(a+b)^n$ entwickeln, kommen Sie auf den Summanden $x\ a^4b^9$.

      i. Wie groß ist dann n im Exponenten der Klammer?

      ii. Wie groß ist der Faktor x ? Schauen Sie im Bild zum Pascalschen Dreieck nach.

      iii. Wie lautet in der systematischen Entwicklung der Summand vor $x\ a^4b^9$ und der danach?

   b. Wenn Sie $(a+b)^n$ entwickeln, kommen Sie auf den Summanden $y\ a^6b^f$. Wie groß ist f? Was ist y? *(Beide Lösungen sind keine konkrete Zahl, sondern Ausdrücke, in denen n als Variable vorkommt.)*

4. Formel von Binet
   Die Formel von Binet zur exakten Berechnung der Fibonacci-Zahlen ist
   $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$. Berechnen Sie damit F_5.

   Hinweis: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(1+\sqrt{5}\right)^n$ Berechnen Sie dann die hintere Klammer, indem Sie sie mit dem Binomischen Lehrsatz/Pascalschen Dreieck entwickeln. Verfahren Sie analog mit der zweiten Klammer in der Formel von Binet.

5. Das Pascalsche Dreieck schlägt sich in der Grundschule im Aufgabenformat „Rechenmauern" nieder. Hier wird allerdings von <u>unten nach oben</u> gerechnet. Die Abbildung zeigt eine Rechenmauer mit vier Basissteinen und 90 an der Spitze.

   90
   29 | 61
   9 | 20 | 41
   4 | 5 | 15 | 26

   a. Ändern Sie die vier Zahlen an der Basis um +/- 1 ab und beschreiben Sie die Veränderung an der Spitze.
   b. Mit welcher Strategie könnte man demnach aus der gegebenen Rechenmauer eine weitere, andere konstruieren, die ebenfalls 90 an der Spitze hat.
   c. Stellen Sie für das *x* in der zweiten Rechenmauer eine Gleichung auf und lösen Sie die.

   90
     |
     | |
   12 | x | 13 | 18

6. Im Pascalschen Dreieck gilt die Gesetzmäßigkeit $\binom{n}{k} + 2\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2} = \binom{n+2}{k+2}$.
   a. Machen Sie dazu zwei konkrete Beispiele mit $n = 5$ und $n = 8$ *(das k dürfen Sie sich selbst ausdenken)*.
   b. Beweisen Sie diese Formel.
      (Sie brauchen dazu nur die Additionsregel im Pascalschen Dreieck.)

Zusatzfragen nach 4 Übungsblättern im LehrerInnenstudium:
Sie müssen sich diese Fragen nur <u>selbst</u> beantworten.

Das gute Beispiel ist nicht eine Möglichkeit, andere Menschen zu beeinflussen, es ist die einzige. Albert Schweizer

a. Sind Sie mit Ihrer Herangehensweise an die Aufgaben zufrieden? Sollen Ihre zukünftigen SchülerInnen auch einmal ihre Hausaufgaben so bearbeiten?
b. Ist es gut so, wie Sie sich intellektuellen Anforderungen stellen? Wünschen Sie sich, dass zukünftige SchülerInnen genau so mit intellektuellen Anforderungen umgehen?
c. Sind Sie mit Ihrer Arbeitsorganisation zufrieden? Wäre es gut, wenn Ihre SchülerInnen nach vier Jahren Grundschule ähnliche Arbeitsstrukturen entwickeln würden?
d. Schreiben Sie die Lösungen so strukturiert auf, dass sie für Ihre SchülerInnen ein erstrebenswerter Maßstab wären?