Dr. Reimund Albers Wintersemester 2013/14

Mathematisches Denken und Lehren 1

1. Übung
Mathematische Grundbegriffe und Fertigkeiten

Präsenzübungen (für Mo/Di, 21./22. 10.)
(Bitte beschäftigen Sie sich ***nicht*** *mit diesen Aufgaben zu Hause. Gehen Sie bitte auf die zweite Seite und machen Sie zu Hause die* ***Hausübungen****.)*

1. Termumformungen
Formen Sie den angegebenen Anfangsterm um in den gegebenen Zielterm.
(a. und b. sind Anforderungen aus früheren Klausuren)

a. $\frac{5^{n+1}-1}{4}-1= \ldots =\frac{5}{4}\left(5^{n}-1\right)$ c. $\frac{1}{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}= \ldots =4-2\sqrt{3}$ (*Lassen Sie in der Rechnung* $\sqrt{3}$ *stehen und ersetzen Sie es nicht durch eine dezimale Näherungszahl.*)

b.

$$\frac{1}{3}n(n+1)(n-1)+(n+1)^{2}-(n+1) \quad (1)$$

$$=(n+1)\left[\frac{1}{3}n(n-1)+(n+1)-1\right] \quad (2)$$

$$=(n+1)\left[\frac{1}{3}(n^{2}-n)+n\right] \quad (3)$$

$$=\frac{1}{3}(n+1)\left[n^{2}-n+3n\right] \quad (4)$$

$$=\frac{1}{3}(n+1)\left[n^{2}+2n\right] \quad (5)$$

$$=\frac{1}{3}(n+1)n(n+2) \quad (6)$$

(Erläutern Sie die Umformung Schritt für Schritt.)

2. Pisa-Aufgabe
Für die Aussage „Die Summe von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen“ schreibt jemand den Term $(n-1) + n + (n+1)$.
Wofür steht die Variable n?
- Für die erste der drei Zahlen
- Für die mittlere der drei Zahlen
- Für die größte der drei Zahlen
- Für die Summe der drei Zahlen

3. Eine Zahlenspielerei:
Zieht man von einer zweistelligen Zahl die Quersumme ab, so ist die Differenz immer durch 9 teilbar. Teilt man die Differenz durch 9, so ist das Ergebnis die Zehnerziffer der ursprünglichen Zahl.

a. Führen Sie an einem Beispiel vor, wie hier gerechnet wird und was für Regelmäßigkeiten auftauchen.
b. Begründen Sie durch Algebra, dass diese Zahlenspielerei immer richtig ist.
c. (*Erweiterung, falls noch Zeit ist*)
Zieht man von einer **drei**stelligen Zahl die Quersumme ab, so ist das Ergebnis immer durch 9 teilbar. Warum ist das so? Kann man auch hier das Ergebnis nach dem Teilen durch 9 leicht angeben? Ist die Differenz „Zahl – Quersumme" immer durch 99 teilbar?

Hausübungen (Abgabe: Do, 24.10.)

4. Gehaltvolles Päckchenrechnen

$3 \cdot 3$	$4 \cdot 4$	$5 \cdot 5$		
$2 \cdot 4$	$3 \cdot 5$	$4 \cdot 6$		
$1 \cdot 5$	$2 \cdot 6$	$3 \cdot 7$		
	$1 \cdot 7$	$2 \cdot 8$		
		...		

a. Rechnen Sie die gestellten Aufgaben aus. Wie viele Aufgaben fehlen noch unter „$2 \cdot 8$"? Ergänzen Sie auch diese mit Lösung.
b. Ergänzen Sie in den nächsten beiden Spalten die Aufgaben und rechnen Sie auch diese aus.
c. (*allgemein*) Zur Untersuchung der mathematischen Struktur schreiben wir in eine allgemeine Spalte als erste Aufgabe $n \cdot n$. Wie lautet nun die Aufgabe in der Zeile darunter? Was ist das Ergebnis? Wie lautet die letzte Aufgabe dieser Spalte? Was ist das Ergebnis?

$n \cdot n$

d. Welches Rechengesetz wird hier (rein mit Zahlen) angesprochen?
e. Stellen Sie sich vor, die Tabelle sei riesig. Wir sehen hier lediglich die Spalten 1, 2, 3, 4 und 5 und ebenso die Zeilen 1 bis 5. Welche Aufgabe steht in der 80. Spalte und der 30. Zeile? Machen Sie Ihren Lösungsweg deutlich.

5. *Eine Aufgabe für die 4. Klasse aus der Mathematik-Olympiade:*
Im Jahr 1570 kaufte Bauer Johannes mit genau 100 Geldstücken auf einem Markt Küken, Hennen und Hähne. Ein Hahn war 5 Geldstücke wert, eine Henne drei Geldstücke und ein Küken kostete 1 Geldstück. Er kaufte von jedem Tier mindestens eins.
(Sie dürfen für Ihre eigene Lösung auch mathematische Methoden verwenden, die Grund-schülerInnen sicher noch nicht können, z.B. Gleichungen aufstellen.)
a. Gib eine Lösung an.
b. Gib zwei unterschiedliche Lösungen für den Fall an, dass er doppelt so viele Küken wie Hähne kauft.

6. In einem Kasten liegen rote und blaue Bälle. r ist die Anzahl der roten, b die Anzahl der blauen Bälle.
   a. „Die roten sind 12 Bälle mehr als die blauen."
      Welche Gleichung(en) geben diesen Sachverhalt richtig wieder:
      $r+12=b$ $\quad$ $r=b+12$ $\quad$ $r-12=b$ $\quad$ $r=b-12$ $\quad$ $r-b=12$ $\quad$ $b-r=12$?
   b. „Es sind drei Mal so viele rote wie blaue Bälle".
      Welche Gleichung gibt diesen Sachverhalt richtig wieder: $r=3b$ oder $3r=b$?
   c. Wenn beide Aussagen gleichzeitig gelten, wie viele rote und wie viele blaue Bälle gibt es dann?

7. Etwas Algebra
   Hier werden immer Terme mit der Variablen a gegeben. Ersetzen Sie in jedem Term das „a" durch „n+1" und vereinfachen Sie dann den erhaltenen Term, u.a. dadurch, dass Sie die Klammern auflösen.
   a. $a + 1$ $\quad$ b. $a - 2$ $\quad$ c. $2a$ $\quad$ d. $3a+1$ $\quad$ e. a^2 $\quad$ f. $(a+1)a$ $\quad$ g. $(a-1)(a+1)$

8. Eine Übung für die 4. Klasse: