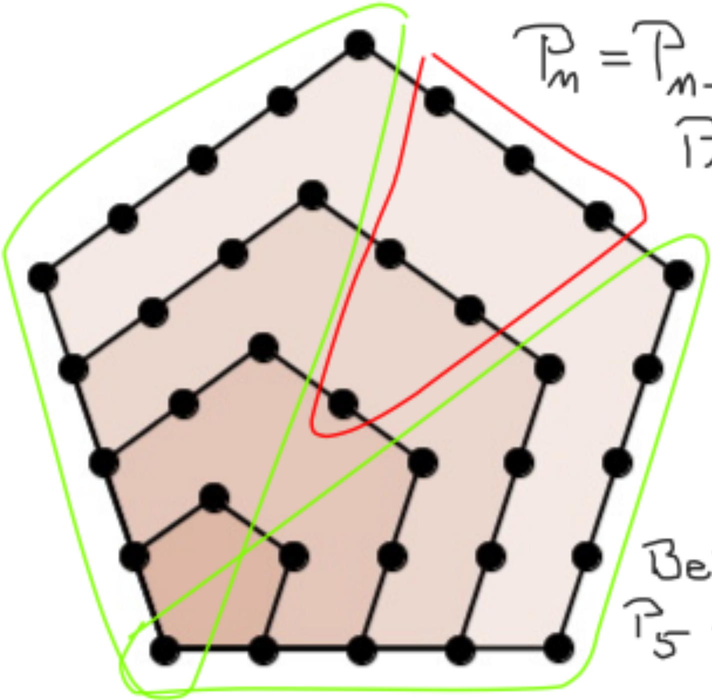
Fünfeckzahlen



$P_n = P_{n-1} + 3n - 2$

$P_1 = 1$

$P_n = D_n + D_n - 1 + D_{n-2}$

Beisp.

$P_5 = D_5 + D_5 - 1 + D_3$

$= 15 + 15 - 1 + 6$

$= 35$

$$P_n = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} - 1 + \frac{(n-2)(n-1)}{2}$$

$$= n(n+1) - 1 + \frac{1}{2}(n-2)(n-1)$$

$$= n^2 \cancel{+n} \cancel{-1} + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \cancel{-n} \cancel{+1}$$

$$= \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n = \underline{\frac{1}{2}n(3n-1)}$$

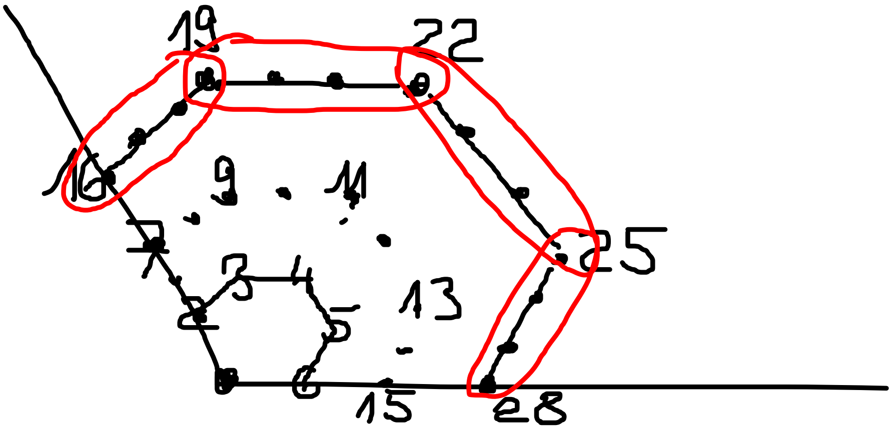
$n = 5$ $\quad P_5 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \cdot 5 \cdot \cancelto{7}{14} = 35$

$D_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

$= 15$

$= \frac{5 \cdot 6}{2}$

Sechseckzahlen



$S_1 = 1 \quad S_2 = 6 \quad S_3 = 15 \quad S_4 = 28$

$$S_n = S_{n-1} + 4 \cdot n - 3$$

Eckenz	rekursiv	explizit
3	$D_n = D_{n-1} + 1n - 0$	$D = \frac{1}{2} n (1n + 1)$
4	$Q_n = Q_{n-1} + 2n - 1$	$Q = n^2 = \frac{1}{2} n (2n + 0)$
5	$P_n = P_{n-1} + 3n - 2$	$P_n = \frac{1}{2} n (3n - 1)$
6	$S_n = S_{n-1} + 4n - 3$	$S_n = \frac{1}{2} n (4n - 2)$

Explizite Formel für die Sechseck-zahlen mit vollständ. Induktn. beweisen

$$S_n = \frac{1}{2} n(4n-2)$$

Definition für Sechseckz.

$$\boxed{S_n = S_{n-1} + 4n - 3}$$

Ind. Anf. $n = 1$

$$S_1 = \frac{1}{2} 1(4\,1-2)$$
$$= \frac{1}{2} 2 = 1 \checkmark$$

Ind. Behaupt.

$$S_{n+1} = \frac{1}{2}(n+1)\cdot(4(n+1)-2)$$
$$= \frac{1}{2}(n+1)(4n+2)$$

Ind Vorauss.

$$S_n = \frac{1}{2} n(4n-2)$$

Beweis

$$S_{n+1} = \underset{\downarrow \text{Ind V}}{S_n} + 4(n+1) - 3$$
$$= \frac{1}{2} n(4n-2) + 4(n+1) - 3$$
$$= 2n^2 - n + 4n + 4 - 3$$
$$= 2n^2 + 3n + 1$$
$$= 2n^2 + n + 2n + 1$$
$$= \frac{1}{2}(n+1)(4n+2) \quad \square$$

Hier wurde von unten nach oben gerechnet.