Wiederholungsklausur zum SoSe 2013, didaktischer Teil (Frau Thöne)
Samstag, 16.11, 10:30 – 12:30
im SFG 1040

Mathe-Forum i d Grundschul WS
Mittwoch ~~18-20~~ 17 – 19 NEU!

Vollständige Induktion

Die Summe der ersten n natürlichen Zahlen ergibt $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$1+2+3+..+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Beispiel

$$1+2+3+4+5 = \frac{5\cdot(5+1)}{2} = 15$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$n \in \mathbb{N}$

Beweis mit vollst Induktion →

Induktionsanfang $n=1$

Linke Seite: 1 rechte S.: $\frac{1\cdot(1+1)}{2} = 1$

treu!

Induktionsschluss von n auf $n+1$

Induktionsvoraussetzung

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Induktionsbehauptung

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)(n+1+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \underbrace{1+2+ \quad +(n-1)+n}+(n+1)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} k + n+1$$

Ind Vor

$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$= (n+1)\left[\frac{n}{2} + 1\right]$$

$$= (n+1)\,\frac{n+2}{2}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

~~q.e.d~~ $\square$

$1+3=4$ | $1+3+5+7=16$ | $1+3+\ \ +9+11$

$1+3+5=9$ | $1+3+5+7+9=25$ | $=36=6^2$

Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ergibt n^2

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$$

1 2 3 4 5

1 3 5 7 9

für alle $n \in \mathbb{N}$

Induk Anf. $n=1$

Linke S. $2\cdot 1-1=1$ rechte S. $1^2=1$

Ind Vorauss

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$$

Ind. Behaupt

$$\sum_{k=1}^{n+1}(2k-1) = (n+1)^2$$

Beweis

$$\sum_{k=1}^{n+1}(2k-1) = \sum_{k=1}^{n}(2k-1) + 2(n+1)-1$$

$\downarrow$ Ind Vorauss

$$= n^2 + 2n+2-1$$

$$= n^2+2n+1 = (n+1)^2 \quad \square$$

Die Summe der ersten n Quadratzahlen

$$1+4+9+16+\dots+n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}\, n\,(n+1)(2n+1)$$

$n \in \mathbb{N}$

Beisp $n=4$

$$1+4+9+16=30 \qquad \frac{1}{\cancel{6}_{2}} \cdot \cancel{4}^{\,2}\; 5\; \cancel{9}^{\,3} = 30 \quad \checkmark$$