Dr. R. Albers — Mathematisches Denken u. Lehren 1 — WiSe 13/14

Übung 12 Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

1. Stellenwerttafel

T	H	Z	E		
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

$$1000 \xleftarrow{\cdot 10} 100 \xleftarrow{\cdot 10} 10 \xleftarrow{\cdot 10} 1$$

$$1000 \xrightarrow{:10} 100 \xrightarrow{:10} 10 \xrightarrow{:10} 1 \xrightarrow{:10} \frac{1}{10}$$

Bewegt man sich in der Stellenwerttafel schrittweise nach links, so wird mit jedem Schritt der Wert mit 10 multipliziert. Folglich wird bei jedem Schritt nach rechts der Wert durch 10 dividiert. Also stehen rechts von den Einern die Zehntel, dann Hundertstel, u.s.w.

Entsprechend gilt im Vierersystem

1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$
0,	1	2	3	2

$$1\cdot\frac{1}{4} + 2\cdot\frac{1}{16} + 3\cdot\frac{1}{64} + 2\cdot\frac{1}{256}$$

$$= \frac{1\cdot 64 + 2\cdot 16 + 3\cdot 4 + 2}{256}$$

$$= \frac{110}{256} = \frac{55}{128} = 0{,}4296875$$

HAUSÜBUNGEN

2a

$$\begin{array}{rcr}
1A4B_{12} & \longrightarrow & 3227_{10} \\
+\ 2367_{12} & \longrightarrow & 3967_{10} \\
+\ 3ABA_{12} & \longrightarrow & 6766_{10} \\
{}_{2\ 1\ 2} & & {}_{1\ 1\ 2} \\
\hline
8084_{12} & \xleftarrow[\text{stimmt}]{} & 13960_{10}
\end{array}$$

Rechn. 1   Umwandl. 2

$\boxed{2}$

b
$$
\begin{array}{rcr}
120210_3 & \longrightarrow & 426_{10} \\
+211201_3 & \longrightarrow & +613_{10} \\
+122121_3 & \longrightarrow & +475_{10} \\
\hline
2002002_3 & \xleftarrow{\text{stimmt}} & 1514_{10}
\end{array}
$$
1 2

c.
$$
\begin{array}{rcr}
54321_7 & \longrightarrow & 13539_{10} \\
-23532_7 & \longrightarrow & -6099_{10} \\
\hline
30456_7 & \xleftarrow{\text{stimmt}} & 7440_{10}
\end{array}
$$
1 2

d.
$$
\begin{array}{rcr}
867AB_{14} & \longrightarrow & 325315_{10} \\
-3278_{14} & \longrightarrow & -8730_{10} \\
-226C_{14} & \longrightarrow & -5976_{10} \\
\hline
812A5 & \xleftarrow{\text{stimmt}} & 310609_{10}
\end{array}
$$
1 2

$\boxed{12}$

3. Eine Zahl ist durch 45 teilbar, wenn sie durch 5 und durch 9 teilbar ist. 1

Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet. Also darf die Schnapszahl nur aus Nullen bestehen, was Unsinn ist, oder nur aus 5en. 1

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist. Also muss die Schnapszahl so viele Fünfen enthalten, dass die Quersumme durch 9 teilbar ist. Das ist für 9 Fünfen der Fall.
Also ist 555555555 die gesuchte Zahl. 1

$\boxed{3}$

4. $10 \equiv -3 \mod 13$

$100 \equiv -4 \mod 13$

$1000 \equiv -1 \mod 13$

$10^4 \equiv 3 \mod 13$

$10^5 \equiv 4 \mod 13$

$10^6 \equiv 1 \mod 13$ (1)

Also sind die Gewichtszahlen für die Stellen

	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
.....	-4	-3	1	4	3	-1	-4	-3	1

(1)

Angewendet auf die Zahl

1	2	1.	3	1	0.	2	1	2
-4	-3	1	4	3	-1	-4	-3	1

$-4 -6 +1 +12 +3 +0 -8 -3 +2 = -3$

Also ist $121.310.212 \equiv -3 \equiv 10 \mod 13$

Die Zahl lässt beim Teilen durch 13 einen Rest von 10. (1) $\boxed{3}$

5 a) $19.744 \rightarrow 4 + 4 \cdot 7 + 8 \cdot 9 - 6 \cdot 4$

$= 4 + 28 + 72 - 24 = 80$

Da 80 durch 16 teilbar ist, ist auch 19.744 durch 16 teilbar $(= 1234)$ (1)

$37.458 \rightarrow 8 + 4 \cdot 4 + 8 \cdot 7 - 6 \cdot 5$

$= 8 + 16 + 56 - 30 = 50$

50 lässt beim Teilen durch 16 den Rest 2, also auch 37.458

$(37.458 = 16 \cdot 2341 + 2)$ (1)

b. Man betrachtet die Zehnerpotenzen mod 16

$10 \equiv -6 \mod 16$

$100 \equiv 4 \mod 16$

$1000 \equiv 8 \mod 16$

$10.000 \equiv 0 \mod 16$

$10^n \equiv 0 \mod 16$ für $n \geq 4$ 1

Also spielen nur die Einer, Zehner, Hunderter und Tausender (letzte 4 Ziffern) eine Rolle und die Gewichtszahlen sind

T	H	Z	E
8	4	−6	1

Genau das sagt die Regel. 1

c. $10 \equiv 2 \mod 8$ $\qquad 10^3 \equiv 0 \mod 8$

$100 \equiv \underbrace{4}_{\equiv -4} \mod 8$ $\qquad 10^n \equiv 0 \mod 8$ für $n \geq 3$

1

Also könnte die Regel lauten: „Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die Einerziffer plus das Doppelte der Zehnerziffer minus das Vierfache der Hunderterziffer durch 8 teilbar ist.“ 1 $\boxed{6}$

A2	A3	A4	A5	Σ
12	3	3	6	24