

11. Übung Lösungen

1. a. $\frac{1}{4}$ $62 = 55 + 7 = 55 + 5 + 2 = 100001010_F$

$$88 = 55 + 33 = 55 + 21 + 12 = 55 + 21 + 8 + 3 + 1$$

$$= 101010101_F$$

b. $1011011_F = 1 + 2 + 5 + 8 + 21 = 37$

c. $2000_F = 2 \cdot 5 = 10$

$$10 = 8 + 2 = 10010_F$$

Da man eine Fibonacci-Zahl zerlegen kann in die Summe der beiden vorhergehenden

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ erhält man}$$

$$2F_n = \underbrace{F_n + F_{n-1}} + F_{n-2}$$

$$= F_{n+1} + F_{n-2}$$

In der allgemeinen Stellenwerttafel:

.....	F_{n+1}	F_n	F_{n-1}	F_{n-2}
		2	1	1	
		1	1	1	
	1	0	0	1	

d. $11000_F = 8 + 5 = 13 = 100000_F$

Wegen des Bildungsgesetzes für die

$$\text{Fibonacci-Zahlen } F_{n-1} + F_n = F_{n+1} \text{ kann}$$

man zwei Einsen immer zusammenfassen

zu einer Eins eine Stelle links von der

Doppelseins. Also

Schieberegeln:

Stehen zwei Einsen direkt nebeneinander, so kann man sie durch eine Eins links davon ersetzen.

e)

$$\begin{array}{ccccccc} 34 & | & 21 & | & 13 & | & 8 & | & 5 & | & 3 & | & 2 & | & 1 & | \\ \hline & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & & & & & & \\ \hline & & & & \swarrow & & \swarrow & & & & & & & & & \\ = & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & & & & & & \\ \hline & & & & \swarrow & & & & & & & & & & & \\ = & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & & & & & \end{array}$$

= $34 + 3 = 37$ stimmt mit b.

HAUSÜBUNGEN

2 a) Fünferpotenzen: $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$

$$\begin{aligned} 2014 &= 3 \cdot 625 + 139 \\ &= 3 \cdot 625 + 1 \cdot 125 + 0 \cdot 25 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \\ &= 31024_5 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2014 &= 9 \cdot 223 + 7 \\ 223 &= 9 \cdot 24 + 7 \\ 24 &= 9 \cdot 2 + 6 \\ 2 &= 9 \cdot 0 + 2 \end{aligned}$$

$$2014_{10} = 2677_9$$

c)

$$\begin{aligned} 2014_8 &= 4 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 64 + 2 \cdot 512 \\ &= 4 + 8 + 1024 = 1036 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} 2014_{12} & \quad 2 \xrightarrow{\cdot 12} 24 \xrightarrow{+0} 24 \xrightarrow{\cdot 12} 288 \xrightarrow{+1} 289 \\ & \quad \xrightarrow{\cdot 12} 3468 \xrightarrow{+4} 3472 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} 2014_9 &= 1471_{10} \\ &= \overbrace{2000}_{10^3} \overbrace{111}_3 \end{aligned}$$

Da $9 = 3^2$, darf zifferweise umgewandelt werden

1,5 für jede Teilaufgabe

$$2 \text{ f } \underline{100} \underline{01} \underline{10} \underline{11}_2 = 283_{10}$$

$$= 1 \underset{0}{\cdot} 0 \underset{1}{\cdot} 1 \underset{2}{\cdot} 2 \underset{3}{\cdot} 3 \underset{4}{\cdot} 4$$

da $2^2 = 4$ darf Zifferweise umgewandelt werden

3

9

3. a	Zehnersys	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
	Sechtersys	13	30	43	100	113	130	143	200	213	230

2

b $54_{10} = 130_6$ Die Zahl 130 hat die Quersumme $1+3+0=4$, egal in welchem Basissystem die Ziffer gewertet werden.

4 ist nicht durch 9 teilbar, 130_6 ist aber durch 9 teilbar. Das ist ein Gegenbeispiel für eine (vermutete) Quersummenregel.

1,5

c. Eine Zahl, im Sechtersystem geschrieben, ist durch $9_{10} = 13_6$ teilbar, wenn die Zahl aus den letzten beiden Ziffern durch $9_{10} = 13_6$ teilbar ist. D.h. konkret, die Zahl im Sechtersystem muss mit ...00, ...13, ...30 oder ...43 enden.

1,5

4a. $\varphi^5 = 5\varphi - 3$ $\varphi^5 \approx 0,618^5 \approx 0,090145$
 $5\varphi - 3 \approx 5 \cdot 0,618 - 3 \approx 0,090000$

1

b. $\varphi^5 = \varphi^2 \cdot \varphi^2 \cdot \varphi = (1-\varphi)(1-\varphi)\varphi$
 $= \varphi - 2\varphi^2 + \varphi^3$
 $= \varphi - 2(1-\varphi) + (1-\varphi)\varphi$
 $= \varphi - 2 + 2\varphi + \varphi - \varphi^2$
 $= -2 + 4\varphi - (1-\varphi) = -3 + 5\varphi$

2

$$4c. \quad 5\varphi - 3 = 5 \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 3$$

$$= \frac{5}{2} \sqrt{5} - \frac{5}{2} - \frac{6}{2}$$

$$= \frac{5}{2} \sqrt{5} - \frac{11}{2} = \frac{5\sqrt{5}-11}{2}$$

Näherungszahlen $\sqrt{5} \approx 2,236$

$$5\sqrt{5}-11 \approx 5 \cdot 2,236 - 11 = 0,18$$

$$\frac{5\sqrt{5}-11}{2} \approx \frac{0,18}{2} = 0,09 \quad \text{Das stimmt gut}$$

mit den Näherungszahlen aus a. überein.

5 a. Es ist kein arithmetischer Körper, da die Ecken nicht alle kongruent zueinander sind.

Flächen:

oben: 1 Fünfeck

oberes Band: 5 Vierecke, 5 Dreiecke

unteres Band: 5 Fünfecke, 10 Dreiecke

unten: 1 Fünfeck

insgesamt: 15 Dreiecke, 5 Vierecke, 7 Fünfecke

Ecken:

1. Zählweise direkt am Körper

oben: 5 Ecken

oberer Ring: 10 Ecken

unterer Ring (Ecken 3535) 5 Ecken

unten: 5 Ecken

insgesamt: 25 Ecken

2. Zählweise über die Flächen

in jeder Körperecke stoßen 4 Flächenecken

Zusammen

$$15 \text{ Dreiecke} \rightarrow 45 \text{ Flächenecken}$$

$$5 \text{ Vierecke} \rightarrow 20 \quad "$$

$$7 \text{ Fünfecke} \rightarrow \underline{35} \quad "$$

$$100 \text{ Flächenecken}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{25 \text{ (Körper)Ecken}}}$$

(1)

Kanten

Zählung wie üblich über die Flächen

Zwei Flächenkanten bilden stets die eine

Körperkante

$$15 \text{ Dreiecke} \rightarrow 45 \text{ Flächenkanten}$$

$$5 \text{ Vierecke} \rightarrow 20 \quad "$$

$$7 \text{ Fünfecke} \rightarrow \underline{35} \quad "$$

$$100 \text{ Flächenkanten}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{50 \text{ (Körper)kanten}}}$$

(1)

Zusammenfassung, Eulerscher Polyedersatz

$$F = 15 + 5 + 7 = 27 \quad E = 25 \quad K = 50$$

$$F + E - K = 2 \quad \text{ist erfüllt}$$

(1)

A2	A3	A4	A5	Summe
9	5	5	5	24