Beweisen Sie durch vollständige Induktion

Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

Induktionsanfang: n = 1

linke Seite: $\sum_{k=1}^{1} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ rechte Seite: $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ ☺

Induktionsvoraussetzung $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

Induktionsbehauptung $\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n+1}{n+2}$

Beweis

$$\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k(k+1)} = \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}}_{Ind.vorauss} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \qquad | \text{ Hauptnenner}$$

$$= \frac{n(n+2)}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n^2 + 2n + 1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+1)^2}{(n+1)(n+2)} \qquad | \text{ kürzen}$$

$$= \frac{n+1}{n+2}$$

□