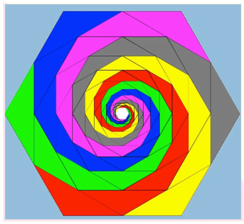
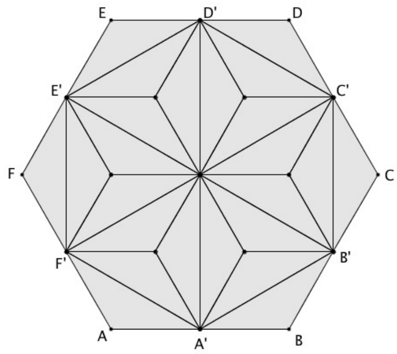
3. Übung
Selbstähnlichkeit, Selbstähnlichkeitsdimension

Präsenzübungen (für Do 25.4. /Mo 29.4.)

1. Baravelle-Spiralen im Sechseck
Zeichnet man die Baravelle-Spiralen im Sechseck, so bedeckt jeder Spiralarm ein Sechstel der Ausgangsfäche. Die zweite Abbildung zeigt den ersten Schritt der ineinander geschachtelten Sechsecke. (Ausgangssechseck ABCDEF, erstes Mittensechseck A'B'C'D'E'F'). Wir setzen den Flächeninhalt des Ausgangssechsecks zu 1.

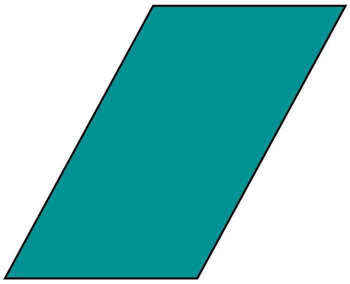


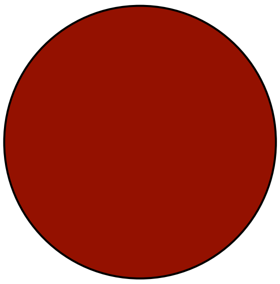


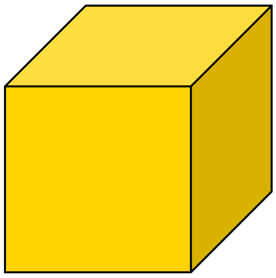
a. Wie groß ist die Fläche der Dreiecke, die zwischen ABCDEF und A'B'C'D'E'F' liegen?
b. Wie groß ist die Fläche des ersten Mittensechsecks A'B'C'D'E'F'?
c. Wie groß ist der Flächenskalierungsfaktor <u>für die Fläche</u> von Mittensechseck zu Mittensechseck?
d. Wenn Sie einen Spiralarm verfolgen, so ist dieser aus ähnlichen Dreiecken zusammengesetzt. Wie groß ist der Skalierungsfaktor <u>für die Fläche</u> von Dreieck zu Dreieck?
e. Angenommen das erste, größte Dreieck hat eine Fläche von 4 cm^2. Das wievielte Dreieck in der fortgesetzten Verkleinerung hat dann eine Fläche von ca. 0,1 cm^2?
f. Berechnen Sie nun den Flächeninhalt eines Spiralarms über eine unendliche, geometrische Reihe.
g. Wie lang ist die Kante des ersten Mittensechsecks (z.B. $\overline{A'B'}$) im Vergleich zur Kante des Ausgangssechsecks (z.B. $\overline{AB}$)?

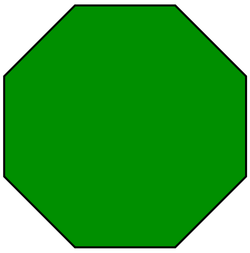
Hausübungen (Abgabe: Fr, 26.4.)

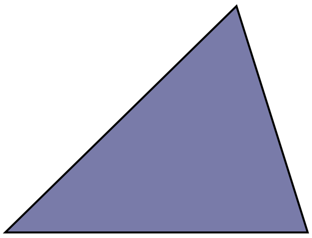
2. Selbstähnliche Figuren
Welche der nachfolgenden Figuren *(siehe nächste Seite)* sind exakt selbstähnlich? Wenn eine Figur selbstähnlich ist, so geben Sie einen Skalierungsfaktor *s* an und die zugehörige Anzahl *n* von Teilen.

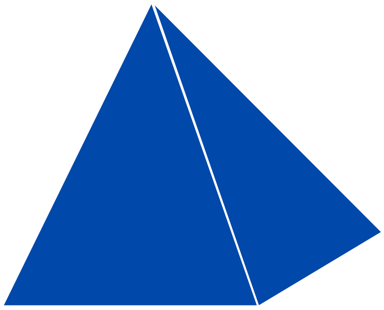
a. 

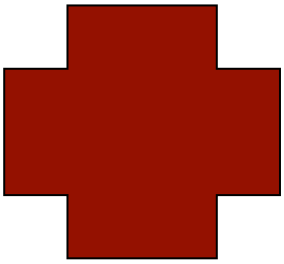
b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

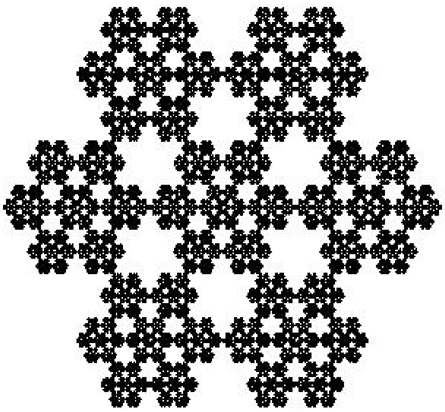
g. 

3. Selbstähnlichkeitsdimension

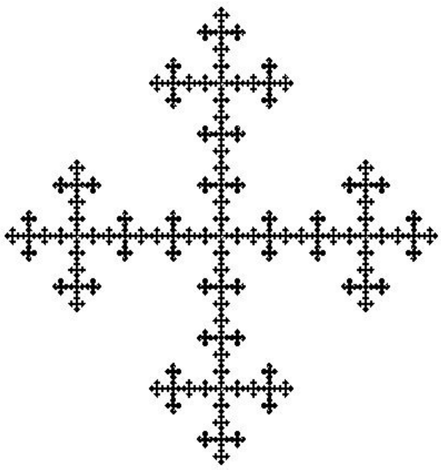
Die hier abgebildeten Fraktale sind exakt selbstähnlich.

- Bestimmen Sie für jede Figur den größten Verkleinerungsfaktor s und die Anzahl n der Teile. Berechnen Sie damit die Selbstähnlichkeitsdimension.
- Geben Sie auf Grund der dann möglichen, fortgesetzten Teilung einen zweiten Verkleinerungsfaktor s' an und die zugehörige Anzahl n' von Teilen. Berechnen Sie auch damit die Selbstähnlichkeitsdimension.
- Stimmt die anschauliche Vorstellung, dass für eine „dichtere, ausgefülltere“ Figur die Dimension auch größer ist?

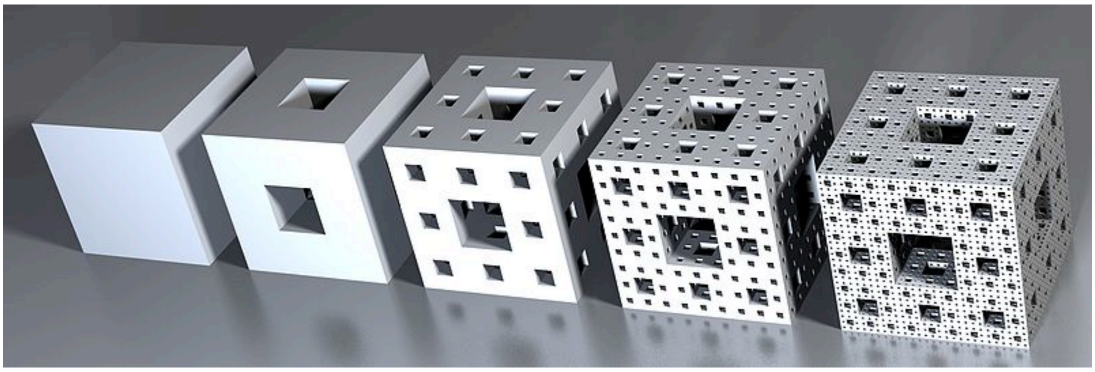
a.



b.

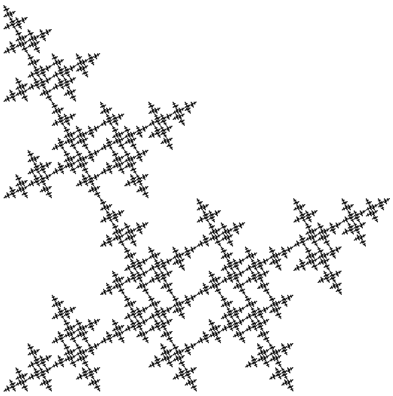


c.



Der Mengerschwamm als Grenzfigur

d.



4. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

Für ein Würfelnetz braucht man 6 Quadrate, da der Würfel 6 Flächen hat. Nicht jede Anordnung von 6 Quadraten ist aber ein Würfelnetz. Welche der hier abgebildeten Anordnungen von 6 Quadraten ist ein Würfelnetz? Wenn eins ist, schreiben Sie die Paare von Flächen auf, die sich gegenüber liegen. Wenn es keins ist, geben Sie die Flächen an, die nach dem Zusammenbau übereinander liegen.