Vertauschungen von Dingen, die zum Teil gleich sind

ABCCC $\quad 5!$ Permutationen bei Unterscheidung der Cs

$3!$ Vertauschungen werden zu einem Fall zusammengefasst, wenn die Cs nicht untersch. werden

$$\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} = 20$$

allgemein

n Dinge, von denen $k_1, k_2, \quad, k_m$ gleich sind $(k_1 + k_2 + \quad + k_m \leq n)$

Dann gibt es $\dfrac{n!}{k_1! \cdot k_2! \ldots k_m!}$ Permutat

Anwendung Binomischer Lehrsatz

$$(a+b)^n = (\underset{a}{a+b})(\underset{a}{a+b})(\underset{b}{a+b}) \cdot \quad \cdot (\underset{b}{a+b})(\underset{a}{a+b})$$

Wie oft entsteht $a^k b^{n-k}$?

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

Additionsprinzip

Beisp Wie viele echt vierstellige Zahlen haben genau 2 gleiche Ziffern?
zB 1891

1. Fall Zur 1 Ziffer gibt es eine nachfolgende Verdoppelung
1 Ziffer heißt Keine 0, also 9 Wahlmöglichkeiten

d	d	a	b
↑	↑	↑	↑
9	1	9	8

a hat 9 Möglichkeiten, da nun die 0 zulässig ist Aber eine Möglichkeit weniger, da die Wahl für d nicht genommen werden darf
b hat 8 Möglichkeiten, da wie a, aber noch eine Mögl weniger, da nicht a gewählt werden darf

Das 2 „d" kann an 3 Positionen stehen: $3 \cdot 9 \; 1 \; 9 \; 8 = 1944$

2 Fall Die erste Ziffer ist einzeln
Die Doppelung tritt bei Ziffer 2 bis 4 auf
Dann darf die Doppelung auch die Null sein

a	d	d	b
↑	↑	↑	↑
9	9	1	8

a hat 9 Möglichkeiten, da 1 Ziffer, Keine 0
d hat 9 Möglichkeiten, da mit 0 aber ohne a
b hat 8 Möglichkeiten, da ein weniger als d.

Das „b" kann an 3 Positionen geschrieben werden Also $3 \; 9 \; 9 \; 1 \; 8 = 1944$ Zahlen
Fall 1 und Fall 2 sind Alternativen, entweder oder Also werden die ermittelten Zahlen <u>addiert</u>
$1944 + 1944 = \underline{\underline{3844}}$

Das Urnenmodell

In einer Urne liegen n verschiedene Dinge

Man zieht k Mal ein Ding

Beim Ziehen können die gezogenen Dinge zurückgelegt werden oder nicht

Nach dem Ziehen kann die Reihenfolge beachtet werden oder nicht.

Lotto: ohne Zurückl, ohne B.d.Reihenf.