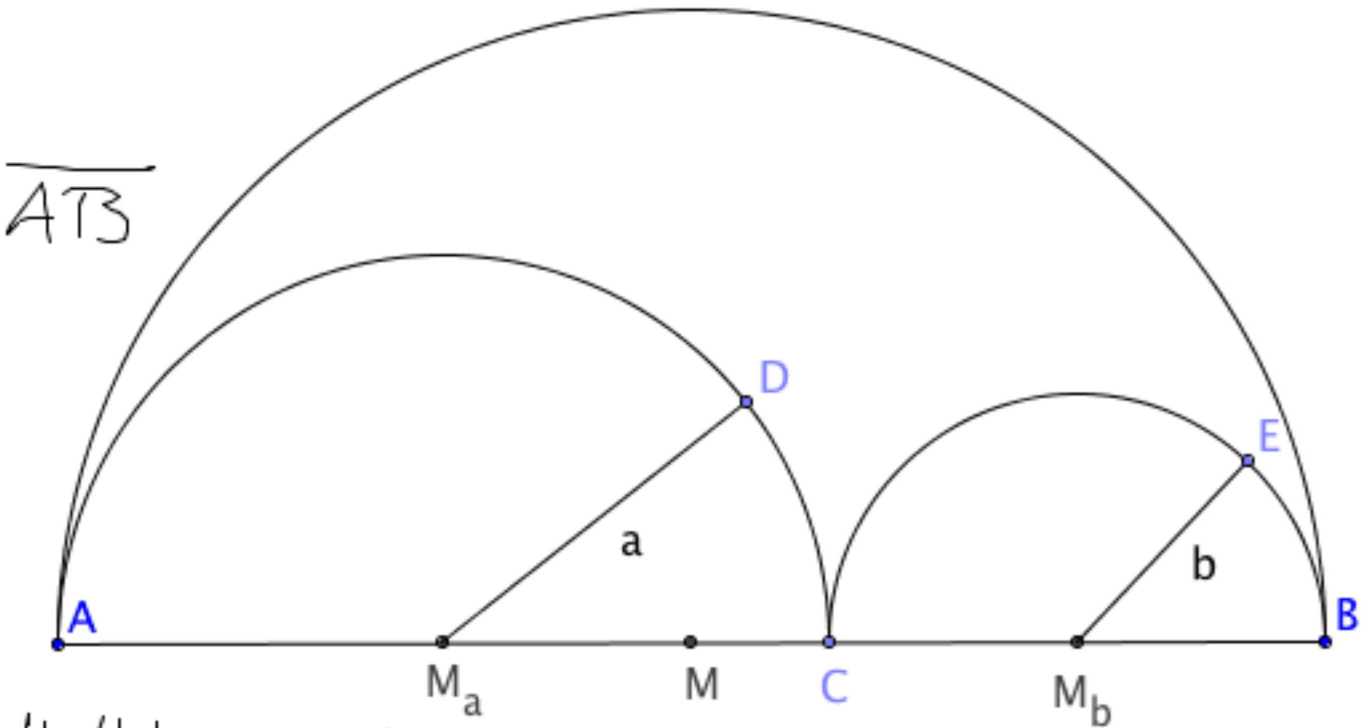
Einfache Messungen am Arbelos



$|AB| = 2a + 2b = 2(a+b)$

Radius des Halbkreises über $\overline{AB}$ ist $a+b$.

Länge der Kreisbögen

Umfang Kreis: $U = 2\pi r = \pi d$

Halbkreis über $\overline{AB}$: k

$|k| = \frac{1}{2}\pi\ |AB| = \frac{1}{2}\pi \cdot 2(a+b)$

$|k| = \pi(a+b)$

Halbkreis über $\overline{AC}$

$|k_a| = \frac{1}{2}\pi\ 2a = \pi a$

Halbkreis über $\overline{CB}$

$|k_b| = \frac{1}{2}\pi\ 2b = \pi b$

$$\pi(a+b) = \pi a + \pi b$$

Umfang des Arbelos $U = \pi(a+b) + \pi a + \pi b = 2\pi a + 2\pi b = 2\pi(a+b)$

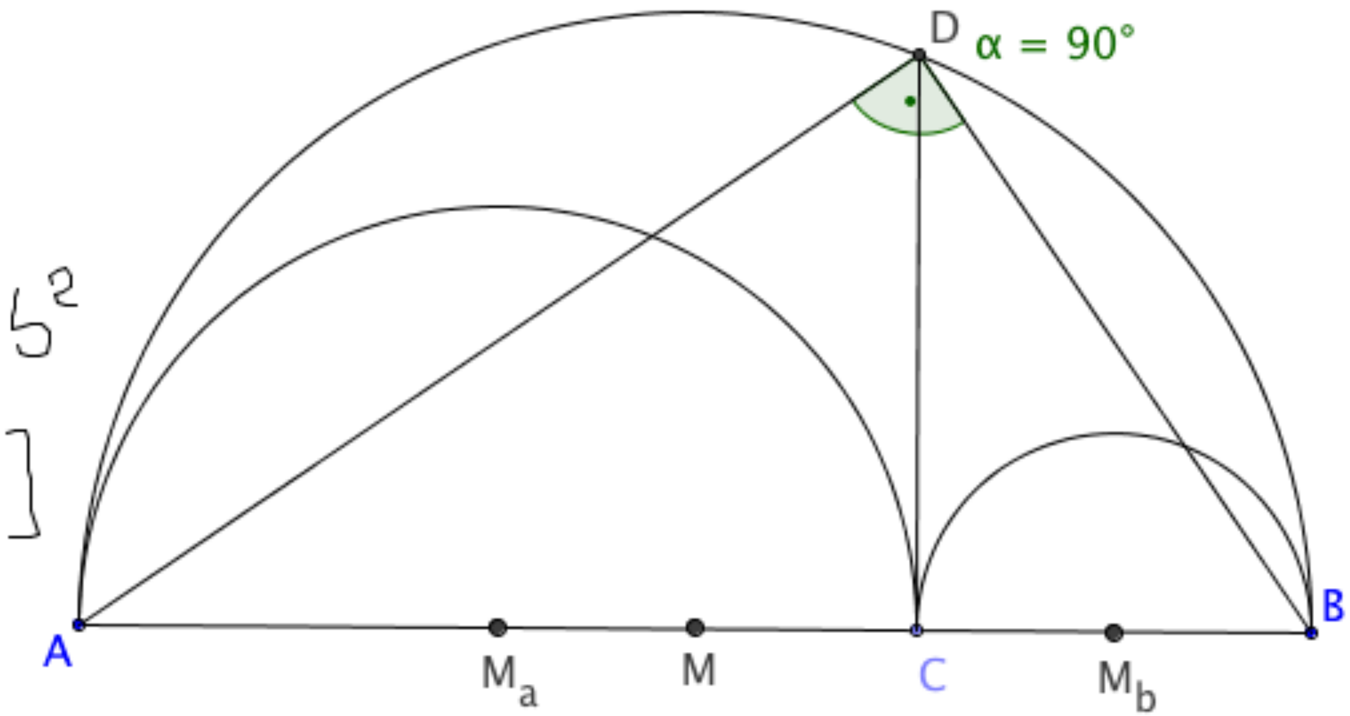
Fläche des Arbelos

$$A_{\frown} = A - A_a - A_b$$

$$= \frac{1}{2}\pi (a+b)^2 - \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi b^2$$

$$= \frac{1}{2}\pi \left[a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\pi \cdot 2ab \qquad A_{\frown} = \pi ab$$



Ein Dreieck im Arbelos

Das Dreieck ABD ist rechtwinklig nach dem Satz von Thales. Dann gilt in $\triangle ABD$ der Satz des Pythagoras

$$|CD| = h = 2\sqrt{ab}$$

Höhensatz $|CD|^2 = |AC|\,|CB|$

$$h^2 = 2a\ 2b$$
$$= 4ab$$

$$|AD|^2 = (2a)^2 + 4ab$$
$$= 4a^2 + 4ab = 4a(a+b)$$
$$|AD| = 2\sqrt{a(a+b)}$$

$$|BD|^2 = (2b)^2 + 4ab = 4b^2 + 4ab$$
$$|BD| = 2\sqrt{b(a+b)}$$

Der Kreis des Archimedes

Der Flächeninhalt ist

$$A_A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

$$h = 2\sqrt{ab} \qquad \left(\frac{h}{2}\right)^2 = ab$$

$$A_A = \pi ab$$ ist gleich dem Flächeninhalt des Arbelos