

Folgen und Reihen

Beispiele für Folgen.

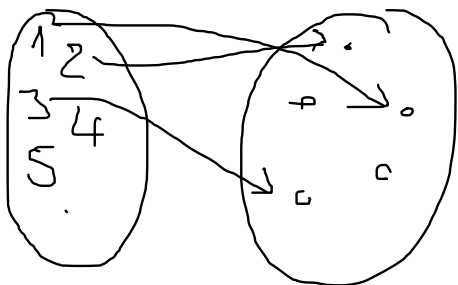
Fibonacci-Zahlen, Pythagoras-2, Quadrat

Folge: Eine Menge, deren Elemente in eine Reihenfolge gebracht wurde

Es gibt also ein 1., 2., 3., ... Element

Definition: Eine Folge ist eine

Funktion von den natürlichen Zahlen in eine beliebige Wertemenge



2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23
29, 31, 37

7, 19, 37

3, 7, 11, 15, ... | 2, 9, 28, 65, ... | 126
 $n^3 + 1$



Zahlenfolgen, wenn die Wertemenge eine Zahlenmenge ist

Schreibweisen. $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$

verkürzt $a_n \leftarrow$ Index z.B. a_{12}

unterscheiden

$$a_{m+1} \quad a_m + 1$$

Dreieckszahlen

$$D_3 = 6 \quad D_{3+1} = D_4 = 10$$

$$D_3 + 1 = 7$$

$$D_1 = 1 \quad D_2 = 1 + 2 = 3 \quad D_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$



Die Zahlen einer Zahlenfolge können über eine Gesetzmäßigkeit definiert werden.

Beispiele

1. Fibonacci-Zahlen $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

$$F_1 = F_2 = 1$$

2. Quadrat Zahlen

$$Q_n = n^2$$

rekursiv
explizit

$$Q_n = Q_{n-1} + 2n + 1$$

$$Q_1 = 1$$

rekursiv, einfach

$$a_{n+1} = a_n + d, \quad a_1 \text{ Start}$$

→ arithmetische Zahlenfolge

z.B. 3, 8, 13, 18, ... $d = 5$

10, $8\frac{1}{2}$, 7, $5\frac{1}{2}$, ... $d = -1\frac{1}{2}$

Herleitung einer expliziten Formel

$$a_1 \quad a_2 = a_1 + d \quad a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d} \quad \text{explizite Form}$$

lineares Wachstum

$$a_{n+1} = a_n \cdot q \quad q = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad \text{Quotient}$$

Beispiel: 1, 2, 4, 8, 16, ... $q = 2$
0,7; 0,07; 0,007; 0,0007, ... $q = 0,1 = \frac{1}{10}$

32; -16; 8; -4, ... $q = -\frac{1}{2}$

geometrische Zahlenfolge

Herleitung einer expliziten Formel

$$a_1 \quad a_2 = a_1 \cdot q \quad a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = (a_1 \cdot q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$