

10. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNG

1a. $a_1 = 4, a_2 = 7, a_3 = 10, a_4 = 13, \dots$

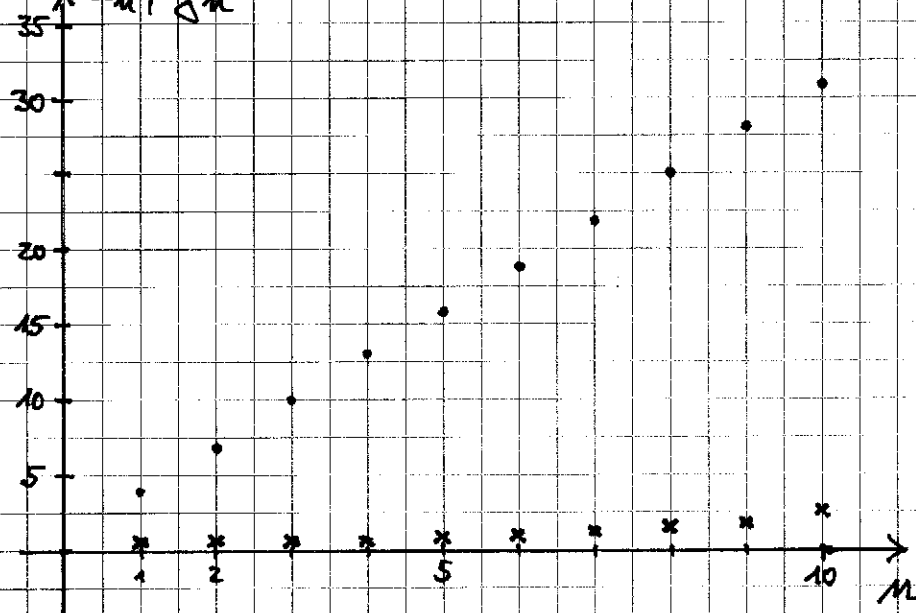
$$a_n = 4 + (n-1) \cdot 3, n \in \mathbb{N} \quad \text{oder} \quad a_n = 1 + 3n$$

b. $g_1 = 0,5 \quad g_2 = 0,6 \quad g_3 = 0,72 \quad g_4 = 0,864 \dots$

$$g_n = 0,5 \cdot 1,2^{n-1}, n \in \mathbb{N} \quad \text{oder} \quad g_n = \frac{5}{12} \cdot 1,2^n$$

c.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_n	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31
g_n	0,5	0,6	0,72	0,864	1,037	1,244	1,493	1,792	2,150	2,580

d. a_n, g_n 

e. $n = 50 \quad a_{50} = 151 \quad g_{50} \approx 3791$

$n = 30 \quad a_{30} = 91 \quad g_{30} \approx 98,9$

$n = 29 \quad a_{29} = 88 \quad g_{29} \approx 82,4$

Für $n \geq n_0 = 30$ ist g_n größer als a_n

→

f. $h_1 = 0,3$

$$h_4 = 0,823 = h_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{0,823}{0,3} \approx 2,743$$

$$\Rightarrow q \approx 1,400$$

zur Absicherung

$$h_7 = 2,259$$

$$h_9 = 4,427 = h_7 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{4,427}{2,259} \approx 1,960$$

$$q \approx 1,400$$

Bildungsgesetz

$$h_n = 0,3 \cdot 1,4^{n-1}$$

Die Werte der Tabelle werden damit bestätigt.

HAUSÜBUNG

2a. Berechnung der Steigung

$$m = \frac{12 - \frac{3}{8}}{3 - 2} = \frac{93}{40} = 2,325$$

(0,5)

Punkt-Steigungs-Form mit $B(3; 12)$

$$y - 12 = \frac{93}{40} (x - 3)$$

$$y = \frac{93}{40} x - \frac{93 \cdot 3}{40} + 12$$

$$y = \frac{93}{40} x + 5 \frac{1}{40}$$

(1)

b. $y = a \cdot b^x$ $A(-2; \frac{3}{8})$ einsetzen $\frac{3}{8} = a \cdot b^{-2}$ (1)

$B(3; 12)$ einsetzen $12 = a \cdot b^3$ (2)

kombinieren (2):(1): $12 \cdot \frac{8}{3} = b^5$

Ansatz (0,5)

$$32 = b^5 \quad b = 2$$

$$(2) \Rightarrow 12 = a \cdot 2^3 \Rightarrow a = 12 : 8 = 1,5$$

$$y = 1,5 \cdot 2^x$$

(1)

c $y = x^2 + bx + c$ A(-2; $\frac{3}{8}$) einsetzen

3

$$\frac{3}{8} = 4 - 2b + c \quad (1)$$

B(3; 12) einsetzen $12 = 9 + 3b + c \quad (2)$

Ansatz (0,5)

$$(2) - (1): 11\frac{5}{8} = 5 + 5b$$

$$5b = 6\frac{5}{8}$$

$$b = \frac{53}{40}$$

(0,5)

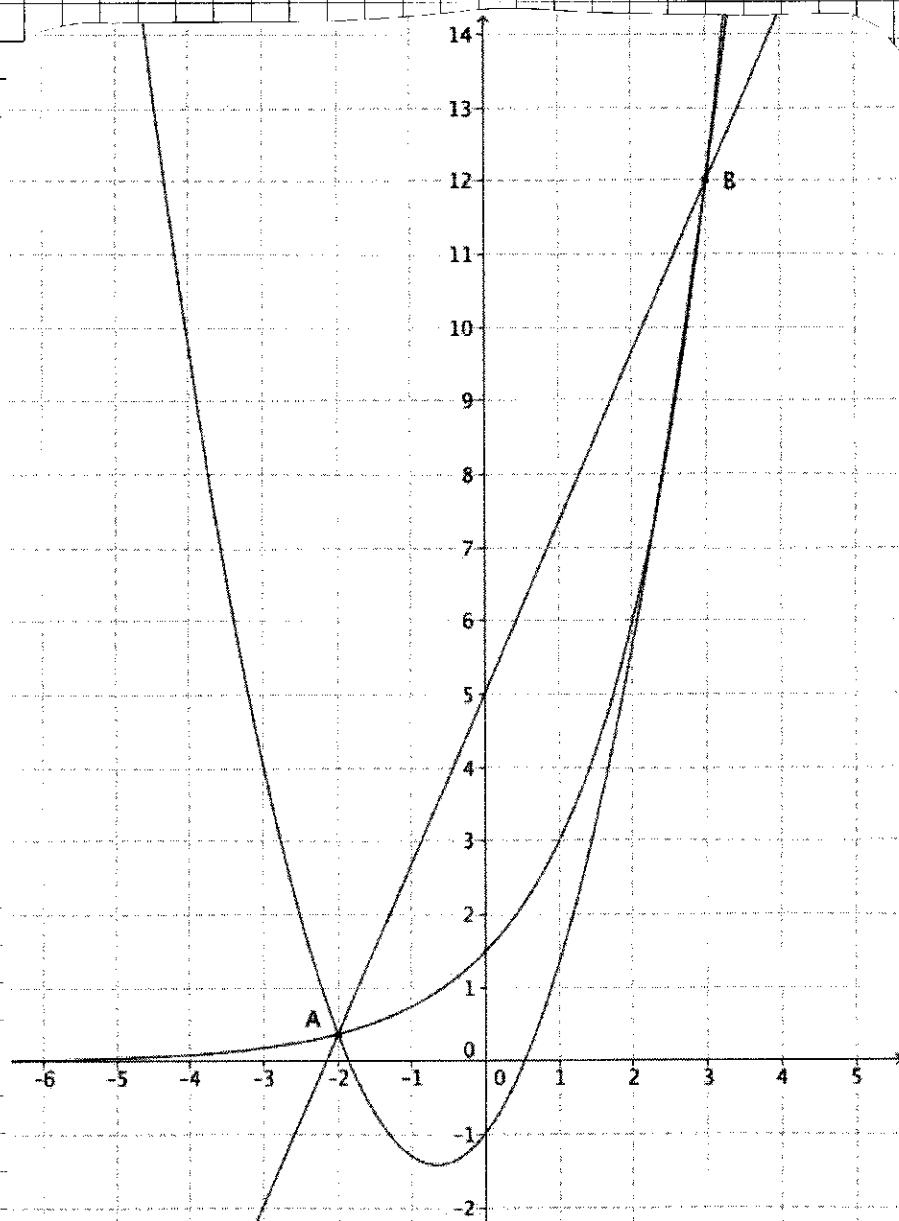
in (2) einsetzen: $12 = 9 + 3 \cdot \frac{53}{40} + c$

$$c = 12 - 9 - \frac{159}{40} = -\frac{39}{40}$$

(0,5)

$$y = x^2 + \frac{53}{40}x - \frac{39}{40}$$

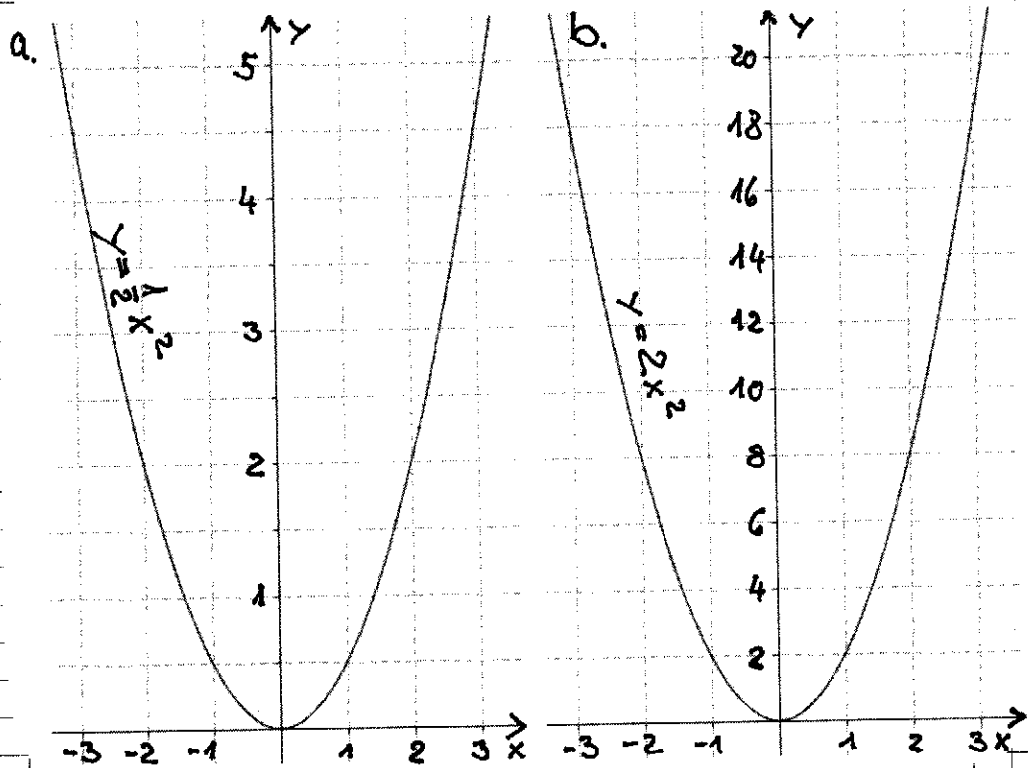
(0,5)



(2)

3

4



Es gibt aber auch andere Lösungsmöglichkeiten

(2)

4. $y = 2^x$ Dazu gehört das mittlere Bild

(0,5)

Der Graph wurde um 2 Einheiten nach unten geschoben, da für $x \rightarrow -\infty$ die Funktionswerte gegen -2 laufen. Dann läuft der Graph zu

(0,5)

$2^x - 2$ durch $(0; -1)$. Tatsächlich verläuft der Graph durch $(-1; -1)$. Also ist er noch um 1 Einheit nach links verschoben.

(0,5)

Die Funktionsgleichung für den abgebildeten Graph lautet $y = 2^{x+1} - 2$

(0,5)

Probe für $x=0$: $y = 2^{0+1} - 2 = 2 - 2 = 0$ stimmt

→

A2	A3	A4	A5	Σ
7	2	6	4	19

$y = x^2$ Dazu gehört das rechte Bild (0,5)

5

Der Scheitelpunkt ist $S(4; -2)$

Also ist die Funktionsgleichung nach der Scheitelpunktsform

$$y = (x-4)^2 - 2 \quad (1)$$

Probe für $x=2$: $(2-4)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ stimmt (0,5)

$y = \frac{1}{x}$ Dazu gehört das linke Bild (0,5)

Die Hyperbeläste haben als waagerechte Asymptote $y=3$. Also ist der Graph um 3 Einheiten nach oben verschoben. (0,5)

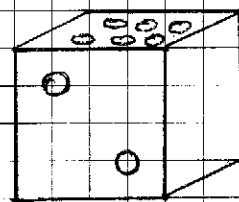
Die Polstelle ist bei $x=2$. Also wird durch $x-2$ dividiert (0,5)

$$y = \frac{1}{x-2} + 3$$

Probe $x=4$: $y = \frac{1}{4-2} + 3 = 3,5$ stimmt (0,5)

5. a. Jeden Würfel kann man ~~mit~~ mit seiner  auf den Tisch legen.

Die  ist dann oben. Dann kann man die  nach vorn drehen, die  nach hinten.



Nun kann die  links oder rechts sein.

Das sind zwei Möglichkeiten, die nicht mehr durch Drehen zusammenhängen.

Es gibt zwei verschiedene Anordnungen bei den Spielwürfeln.

richtige Antwort (1) Begründung (1)

5 b. 1. Lösungsweg

6

Um Mehrfachzählungen durch Drehen zu verhindern, werden die ersten Zahlen fest vergeben.

Die 1 kommt auf die Unterseite.

Fallunterscheidung

1. Die 2 ist auf der Oberseite. Dann kommt die 3 auf die Vorderseite. Nun ist der Würfel fixiert. Die restlichen 3 Zahlen können auf $3!$ Arten auf die noch freien Würfelseiten verteilt werden.

2. Die 2 ist nicht auf der Oberseite. Dann ist sie auf einer Seitenfläche und kommt nach vorn. Die restlichen 4 Zahlen können auf $4!$ Arten auf die noch freien Würfelseiten verteilt werden.

Insgesamt: $3! + 4! = 6 + 24 = \underline{30}$ verschiedene Würfelbelegungen.

(2)

2. Lösungsweg

Die 6 Zahlen werden auf alle möglichen Arten auf die Würfelflächen verteilt. Dafür gibt es $6!$ Möglichkeiten. Davon sind aber einige durch Verdrehen gleich. Nehmen wir einen Würfel, dessen 1 unten ist. Diese 1 kann in 5 weitere Positionen gedreht werden. Dann kann man den Würfel drehen, ohne dass die Fläche mit der 1 weggedreht wird. Das geht auf jeweils 4 Arten. Also sind immer $6 \cdot 4 = 24$ Würfel durch Verdrehen gleich.

Bleiben $\frac{6!}{24} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 4} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{30}$ verschiedene Würfel