R. Albers — Mathematisches Denken u. Lehren 2 — SoSe 13

2. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNG

1 a. $3^x = 30 \Rightarrow \log 3^x = \log 30 \Rightarrow x \cdot \log 3 = \log 30$

$$\Rightarrow x = \frac{\log 30}{\log 3}$$

b. $5^{x-3} = 12 \Rightarrow \log 5^{x-3} = \log 12 \Rightarrow (x-3) \cdot \log 5 = \log 12$

$$\Rightarrow x - 3 = \frac{\log 12}{\log 5} \quad \Rightarrow x = \frac{\log 12}{\log 5} + 3$$

c. $(2^x)^2 = 121 \Rightarrow 2^x = \sqrt{121} = 11 \Rightarrow \log 2^x = \log 11$

$$\Rightarrow x \cdot \log 2 = \log 11 \quad \Rightarrow x = \frac{\log 11}{\log 2}$$

d. $11^{x^2} = 200 \Rightarrow \log 11^{x^2} = \log 200 \Rightarrow x^2 \cdot \log 11 = \log 200$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{\log 200}{\log 11} \quad \Rightarrow x = \sqrt{\frac{\log 200}{\log 11}} \text{ oder } x = -\sqrt{\frac{\log 200}{\log 11}}$$

2 a. Zehnerlogar. $\dfrac{\log 7}{\log 2} \approx \dfrac{0{,}845}{0{,}301} \approx 2{,}807$

natürl. Logar. $\dfrac{\ln 7}{\ln 2} \approx \dfrac{1{,}946}{0{,}693} \approx 2{,}807$

Es ist offenbar egal, mit welchem Logarithmus man rechnet. Die Logarithmen selbst sind zwar verschieden, der Quotient ist dann aber gleich.

b. $x = \dfrac{\log 12}{\log 5} + 3 \approx 4{,}544$ Probe: $5^{4{,}544-3} = 5^{1{,}544} \approx 12{,}0008$

$x = \dfrac{\log 11}{\log 2} \approx 3{,}460$ Probe $\left(2^{3{,}46}\right)^2 \approx 121{,}085$

$x = \sqrt{\frac{\log 200}{\log 11}} \approx 1{,}486$ Probe $11^{1{,}486^2}$

$\approx 11^{2{,}210} \approx 195{,}9$

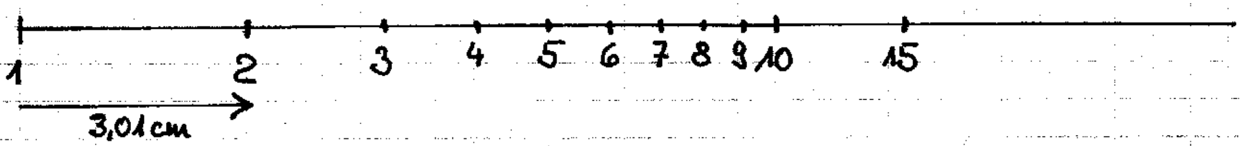
$x = -\sqrt{\frac{\log 200}{\log 11}} \approx -1{,}486$ Probe $11^{(-1{,}486)^2} \approx$

3. a. Im rechten Teil müssen die Zahlen 20, 30, …, 100 lauten.

b. Wegen $\log 1 = 0$ und $\log 10 = 1$ bildet man zu jeder Zahl z den Zehner-Logarithmus $\log z$ und multipliziert das mit 10 cm. Diese Länge beschreibt die Entfernung der Marke für z vom Skalenanfang bei 1.

Beispiel: $z = 2$ $\log 2 \approx 0{,}301$

$0{,}301 \cdot 10\,\text{cm} = 3{,}01\,\text{cm}$



$\log 3 \approx 0{,}477$ $\log 4 \approx 0{,}602$ $\log 5 \approx 0{,}699$

$\log 6 \approx 0{,}778$ $\log 7 \approx 0{,}845$ $\log 8 \approx 0{,}903$

$\log 9 \approx 0{,}954$

HAUSÜBUNGEN

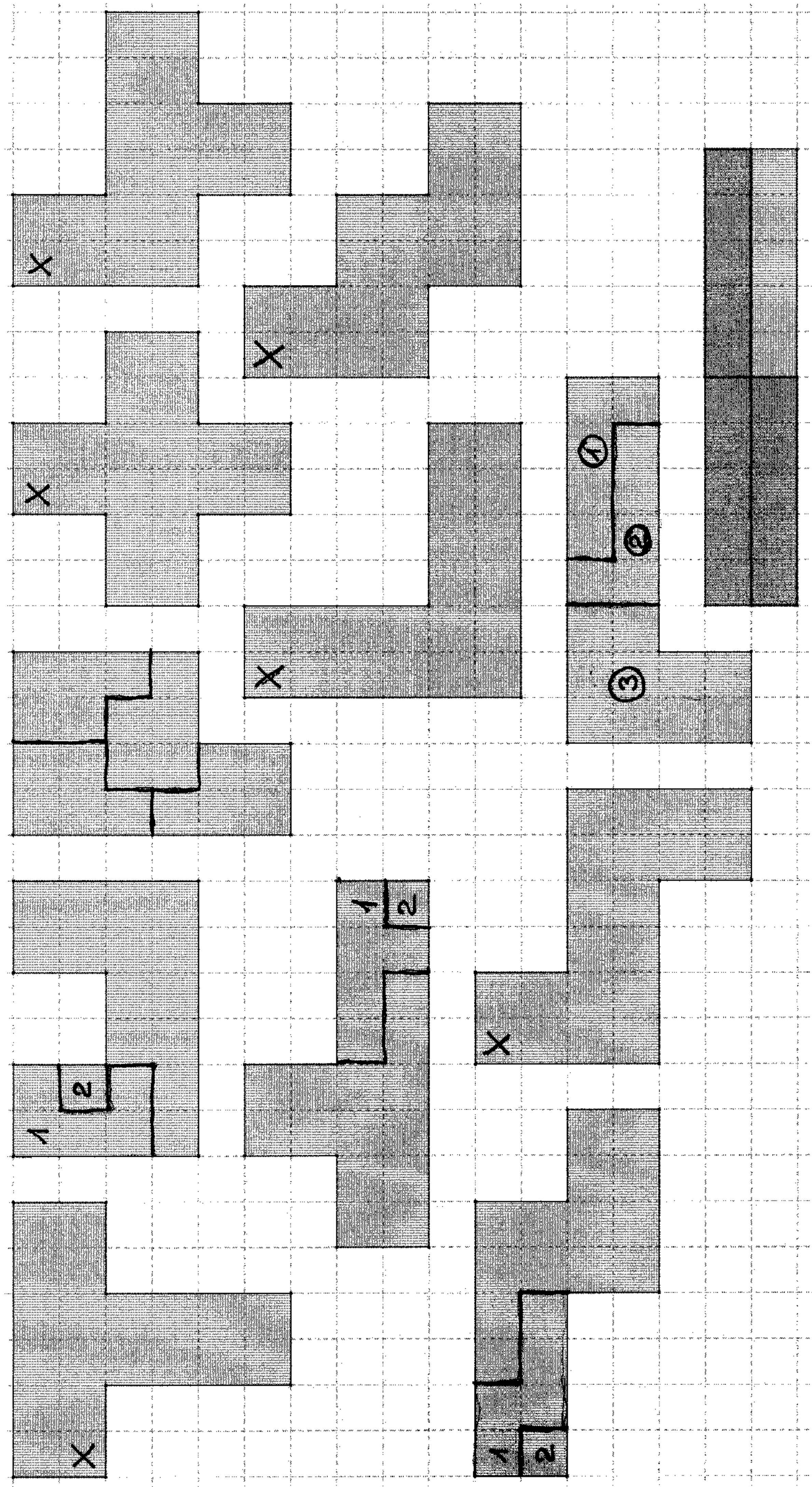
4. Siehe Arbeitsblatt nächste Seite
Man kann nur zwei Pentominos mit verkleinerten ($s=\frac{1}{2}$) Figuren von sich selbst auslegen. Einmal das Rechteck unten rechts und dann die Figur oben in der Mitte (das „P"). (1)
Bei den anderen Figuren geht es nicht mit folgenden Begründungen und Zeichenerklärung.

X – Dieses Feld kann nicht bedeckt werden ohne dass das Teil aus der Grundfigur herausragt (2)

1, 2 – legt man ein Teil so wie mit 1 gezeigt (oder gespiegelt), dann wird bei 2 ein Feld isoliert, das man nicht mehr abdecken kann. (1)

1, 2, 3 (bei der Figur „L")
Man muss zwei Teile wie 1 und 2 legen (oder gespiegelt). Der verbleibende Teil 3 kann nicht mit zwei Teilen abgedeckt werden. (1)

A4	A5	A6	Σ
5	5	2	12


1
2
3

5. a. $2^x = 10$

$x \approx 3,2$, da $2^3 = 8$ und $2^4 = 16$
und 10 dichter bei 8 liegt (1)

b. $4^x = 9 \qquad x \approx 1,6$

da $4^{\frac{1}{2}} = 2$ und $2^3 = 8$, also $4^{\frac{3}{2}} = 8$ (1)

c. $10^x = 24389 \qquad x \approx 4,4$

da $10^4 = 10.000$ und $10^5 = 100.000$
und wenn man $\log 2 \approx 0,3$ auswendig weiß. (1)

d. $3^x = 0,1 \qquad x \approx -2,1$

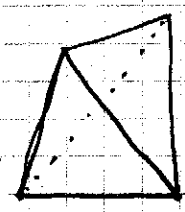
$0,1 = \frac{1}{10}$ und $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $\qquad \frac{1}{10}$ ist kleiner,
also muss der Exponent noch weiter (1)
„ins Minus" gehen.

e. $32^x = 1,5 \qquad x \approx 0,11$

$32 = 2^5$ also ist $32^{\frac{1}{5}} = 2$

$\left(32^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{2}} = 35^{\frac{1}{10}} = \sqrt{2} \approx 1,4$ (1)

6. Stellt man noch eine weitere, kleine Pyramide in die Lücke, so hat man insgesamt 6 kleine Pyramiden verbaut mit $s = \frac{1}{2}$ gegenüber der großen Pyramide. Nach der Dimensionsformel $n = \left(\frac{1}{s}\right)^d \underset{\text{hier}}{=} 2^3 = 8$ passen aber 8 kleine Pyramiden in die große. Also können also die 6 Pyramiden die große nicht vollständig ausfüllen.
Es fehlen noch 4 „Doppelkeile" $\longrightarrow$



(2)