Dr. Reimund Albers Wintersemester 2012/13

Mathematisches Denken und Lehren 1

2. Übung

Termumformungen, goldener Schnitt

Präsenzübungen (für Di/Do, 30.10./1.11.)

1. Logik
   Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel das Distributivgesetz
   $A \text{ oder } (B \text{ und } C) \Leftrightarrow (A \text{ oder } B) \text{ und } (A \text{ oder } C)$

2. Termumformungen mit dem goldenen Schnitt
   Für den goldenen Schnitt gilt: $\varphi = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. Zeigen Sie dafür

   a. $\varphi^2 + \varphi = 1$

   b. $\dfrac{1}{\varphi} = 1 + \varphi$ Zeigen Sie diese Gleichung

      i. durch Einsetzen und Nachrechnen
      ii. durch Umformung aus der Gleichung a.

   c. $\varphi^3 = 2\varphi - 1$ Zeigen Sie diese Gleichung

      i. durch Näherungszahlen auf dem Taschenrechner
      ii. durch Umformung aus der Gleichung a.

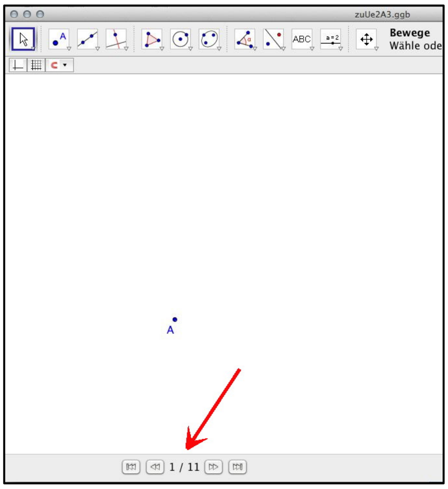
Hausübungen (Abgabe: Do, 1.11.)

3. *(siehe Übung 1, Aufg. 1b)* Folgende Umformung war der Lösungsweg einer Studentin (in der letzten Klausur):

$$\frac{1}{3}n(n+1)(n-1)+(n+1)^2-(n+1) \quad (1)$$
$$=\frac{1}{3}n(n+1)(n-1)+(n+1)(n+1-1) \quad (2)$$
$$=n(n+1)\left[\frac{1}{3}(n-1)+1\right] \quad (3)$$
$$=n(n+1)\left[\frac{1}{3}n-\frac{1}{3}+\frac{3}{3}\right] \quad (4)$$
$$=n(n+1)\left[\frac{1}{3}n+\frac{2}{3}\right] \quad (5)$$
$$=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \quad (6)$$

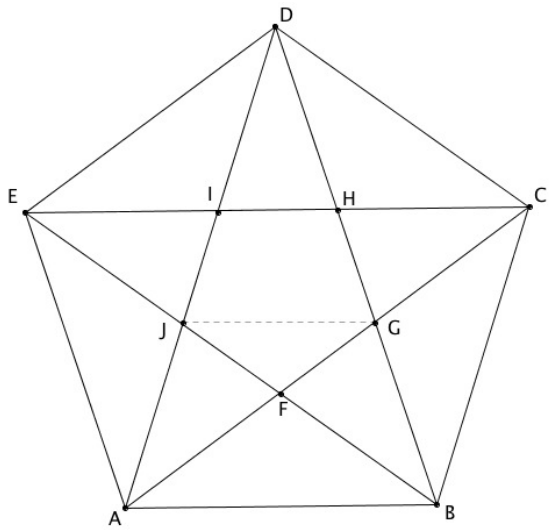
Erläutern Sie diese Umformung Schritt für Schritt.

4. Laden Sie aus dem Internet die GeoGebra-Datei „zuUe2A4.ggb“. *(Klicken Sie den Link nicht einfach nur an, sondern mit rechter Maustaste „Datei sichern unter ...“ wählen und die Datei an einem wiederauffindbaren Ort speichern. Diese gesicherte Datei dann mit Doppelklick öffnen. Dieses Holen einer Datei aus dem Internet und in GeoGebra verwenden ist Teil der Aufgabe.)*
Gehen Sie die Konstruktion mit den Steuerelementen am unteren Fensterrand (siehe Pfeil in der Abbildung) durch.



   a. Beschreiben Sie die Konstruktion von Schritt 3: „Gegeben ist die Strecke $\overline{AB}$ mit der Länge *a*“ bis zum Schritt 9.
   b. Weisen Sie nach, dass die Länge der Strecke $\overline{AE}$ das Φ-fache von *a* ist.
   c. Beschreiben Sie, wie man im Anschluss an diese Konstruktion das regelmäßige Fünfeck konstruieren kann, das die Kantenlänge *a* hat. Geben Sie eine Konstruktionsbeschreibung und führen Sie diese durch.

5. Zeichnet man im regelmäßigen Fünfeck alle fünf Diagonalen ein, so erhält man das sog. Pentagramm (fünfzackiger Stern). Sie wissen also, dass $|AD| = \Phi|AB|$.
Weiterhin können Sie voraussetzen, dass eine Diagonale immer parallel zur entsprechenden Fünfeckkante verläuft.



   a. Begründen Sie, dass der Punkt H die Diagonale $\overline{EC}$ im goldenen Schnitt teilt. Sie müssen also zeigen, dass $\frac{|EH|}{|EC|} = \varphi$ oder $\frac{|EC|}{|EH|} = \Phi$ gilt.
   b. Begründen Sie, dass der Punkt I die Strecke $\overline{EH}$ im goldenen Schnitt teilt.

6. Es gilt $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Zeigen Sie dafür durch Einsetzen und Ausrechnen

   a. $\Phi^2 = \Phi + 1$ b. $\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$ c. $\Phi - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ d. $\Phi + \frac{1}{\Phi} = \sqrt{5}$