

Dr. Reimund Albers



# Mathematisches Denken und Lehren 1

# 1. Übung Mathematische Grundbegriffe und Fertigkeiten

Präsenzübungen (für Di/Do, 23./25. 10.)

(Bitte beschäftigen Sie sich **nicht** mit diesen Aufgaben zu Hause. Gehen Sie bitte auf die zweite Seite und machen Sie zu Hause die Hausübungen.)

#### 1. Termumformungen

Formen Sie den angegebenen Anfangsterm um in den gegebenen Zielterm. (a. und b. sind Anforderungen aus früheren Klausuren )

a. 
$$\frac{5^{n+1}-1}{4}-1 = \dots = \frac{5}{4}(5^n-1)$$
 c.  $\frac{1}{1+\sqrt{\frac{3}{4}}} = \dots = 4-2\sqrt{3}$ 

(Lassen Sie in der Rechnung  $\sqrt{3}$  stehen und ersetzen Sie es nicht durch eine dezimale Näherungszahl.)

b.

$$\frac{1}{3}n(n+1)(n-1)+(n+1)^2-(n+1) (1)$$

$$= (n+1) \left[ \frac{1}{3} n (n-1) + (n+1) - 1 \right]$$
 (2)

$$= \left(n+1\right) \left\lceil \frac{1}{3} \left(n^2 - n\right) + n \right\rceil \tag{3}$$

(Erläutern Sie die Umformung Schritt für Schritt.)

$$=\frac{1}{3}(n+1)\left[n^2-n+3n\right] \tag{4}$$

$$=\frac{1}{3}(n+1)\left[n^2+2n\right] \tag{5}$$

$$=\frac{1}{3}(n+1)n(n+2) \tag{6}$$

## 2. Pisa-Aufgabe

Für die Aussage "Die Summe von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen" schreibt jemand den Term (n-1) + n + (n+1).

Wofür steht die Variable *n*?

- Für die erste der drei Zahlen
- Für die mittlere der drei Zahlen
- Für die größte der drei Zahlen
- Für die Summe der drei Zahlen

#### 3. Eine Zahlenspielerei:

Zieht man von einer zweistelligen Zahl die Quersumme ab, so ist die Differenz immer durch 9 teilbar. Teilt man die Differenz durch 9, so ist das Ergebnis die Zehnerziffer der ursprünglichen Zahl.

- a. Führen Sie an einem Beispiel vor, wie hier gerechnet wird und was für Regelmäßigkeiten auftauchen.
- b. Begründen Sie durch Algebra, dass diese Zahlenspielerei immer richtig ist.

Hausübungen (Abgabe: Do, 25.10.)

#### 4. Gehaltvolles Päckchenrechnen

3 · 3	4 · 4	5 · 5		$n \cdot n$
2 · 4	3 · 5	4 · 6		
1.5	2 · 6	3 · 7		
	1 · 7	2 · 8		

- a. Rechnen Sie die Aufgaben aus. Ergänzen Sie die nächste, konkrete Spalte.
- b. Ergänzen Sie die Spalte für  $n \cdot n$ . Wie lautet die letzte Aufgabe dieser Spalte?
- c. Welches Rechengesetz wird hier (rein mit Zahlen) angesprochen?
- 5. Eine Aufgabe für die 4. Klasse aus der aktuellen Runde der Mathematik-Olympiade: Im Jahr 1570 kaufte Bauer Johannes mit genau 100 Geldstücken auf einem Markt Küken, Hennen und Hähne. Ein Hahn war 5 Geldstücke wert, eine Henne drei Geldstücke und ein Küken kostete 1 Geldstück. Er kaufte von jedem Tier mindestens eins.

(Sie dürfen für Ihre eigene Lösung auch mathematische Methoden verwenden, die GrundschülerInnen sicher noch nicht können, z.B. Gleichungen aufstellen.)

- a. Gib eine Lösung an.
- b. Gib zwei unterschiedliche Lösungen für den Fall an, dass er doppelt so viele Küken wie Hähne kauft.
- 6. In diesem Kasten liegen rote und blaue Bälle. *r* ist die Anzahl der roten, *b* die Anzahl der blauen Bälle.
  - a. "Die roten sind 6 Bälle mehr als die blauen." Welche Gleichung gibt diesen Sachverhalt richtig wieder: r+6=b oder r=b+6?
  - b. "Es sind drei Mal so viele rote wie blaue Bälle". Welche Gleichung gibt diesen Sachverhalt richtig wieder: r = 3b oder 3r = b?
  - c. Wenn beide Aussagen gleichzeitig gelten, wie viele rote und wie viele blaue Bälle gibt es dann?

#### Geometrie

ଷ 2000 Spingedal Verlag GmbH, Haprover ମ 5680:

### Zahline, die Würfelakrobatin

Zahline hat vier Würfel aus dern gleichen Netz gefaltet. Dies ist das Netz.



Welche Würfel sind es?

Zahlix hat die anderen vier Würfel aus einem anderen Netz gefaltet. Wie sieht das Netz aus? Trage die fehlenden Zeichen ein.





35

### 8. Eine Zahlenumformung

$$\frac{5^{n+1}-1}{4}+5^{n+1} \tag{1}$$

$$=\frac{5^{n+1}-1}{4}+\frac{4\cdot 5^{n+1}}{4} \quad (2)$$

$$=\frac{5^{n+1}+4\cdot5^{n+1}-1}{4} \quad (3)$$

$$=\frac{5\cdot 5^{n+1}-1}{4}$$
 (4)

$$=\frac{5^{n+2}-1}{4}$$
 (5)

- a. Erläutern Sie diese Umformung Schritt für Schritt.
- b. Setzen Sie in (1) und in (5) n = 2 ein und rechnen Sie das Ergebnis jeweils aus.