

Folgen und Reihen

Folge: Dinge werden in eine Reihenfolge gebracht

Platznummer \leftrightarrow Ding

2, 5, 9, 14, ?



~~2, 3, 4, 4~~

2, 3, 2, 2, ?

mathematisch

Eine Folge ist eine Funktion von den natürlichen Zahlen \mathbb{N} in eine beliebige Wertemenge W

$$a: \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow W \\ n \mapsto a_n \end{cases}$$

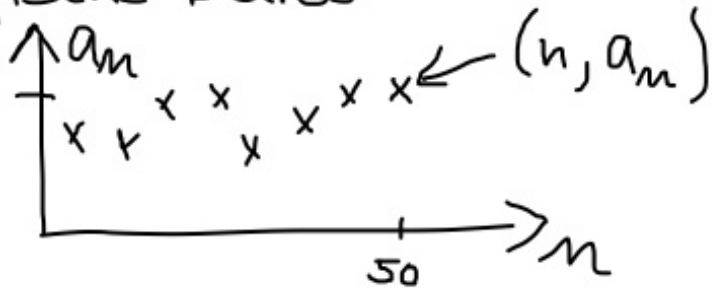
auch $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, praktisch $a_n = \dots$

Definition von Zahlenfolgen

rekursiv: Beisp. $a_n = 3a_{n-1} - 2$
 $a_1 = 0$

explizit: Beisp. $a_n = n^2 + 43$

grafische Darst



Umrechnung von einer expliziten
Definition in eine rekursive

$$a_n = 2n + 3$$

$$\begin{aligned} a_{n-1} &= 2(n-1) + 3 \\ &= 2n - 2 + 3 = \underline{2n + 1} \end{aligned}$$

nach n auflösen

$$\underbrace{a_{n-1} - 1}_{\Rightarrow} = 2n \quad \text{in Gl. für } a_n \text{ einsetz.}$$

$$a_n = a_{n-1} - 1 + 3$$

$$a_n = a_{n-1} + 2$$

$$a_1 = 5$$

$$a_2 = 7$$

$$a_3 = 9$$

$$a_4 = 11$$

$$a_5 = 13$$

Beisp: 2, 5, 9, 14, 20, ...

$$a_n = a_{n-1} + n + 1 \quad a_1 = 2$$

$$n=2: a_2 = a_1 + 2 + 1 = 5$$

rekursive Definition

Differenzfolgen und mathem. Struktur

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 9, & 14, & 20, & \dots \leftarrow ? \\ 3 & 4 & 5 & 6 & & \leftarrow \text{Linear} \\ 1 & 1 & 1 & & & \leftarrow \text{konst.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{quadratisch: } 1, 4, 9, 16, 25, 36 \\ \text{Linear} \quad \quad 3, 5, 7, 9, 11 \\ \text{Konst} \quad \quad 2, 2, 2, 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{kubisch: } 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, \\ \text{quadratisch} \quad 7, 19, 37, 61, 91, 127 \\ \text{Linear} \quad \quad 12, 18, 24, 30, 36 \\ \text{konst.} \quad \quad 6, 6, 6, 6 \end{array}$$

$$\text{Ansatz } b_n = r \cdot n^2 + s \cdot n + t$$

$$b_1 = r \cdot 1^2 + s \cdot 1 + t = 7 \quad | \quad b_2 = r \cdot 2^2 + s \cdot 2 + t = 19$$

$$b_3 = r \cdot 3^2 + s \cdot 3 + t = 37 \quad \rightarrow \text{HA}$$

$$\text{exponentiell: } 1, 2, 4, 8, 16, 32 \\ \quad \quad \quad 1, 2, 4, 8, 16$$

$$\text{Fibonacci } 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 \\ \quad \quad \quad 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8$$