



11. Übung

Kongruenz, Stellenwertsystem

Präsenzübungen (für Mi, 1.2.12)

1. Gruppen

Ist $M = \left\{1, 3, \frac{1}{3}\right\}$ für die normale Multiplikation von Zahlen eine Gruppe? Prüfen Sie alle vier Eigenschaften.

2. Kommazahlen in anderen Basissystemen

Wie kann man $0,1232_4$ als Zahl im Vierersystem interpretieren? Rechnen Sie das in das Zehnersystem um.

3. Berechnen Sie möglichst geschickt die Teilungsreste von 7^n , $n \in \mathbb{N}$ beim Teilen durch 13.

Hausübungen (Abgabe Do, 2.2.12, das ist die vorletzte Übung)

4. Teilbarkeitsregeln

Für $3^1 = 3$ und $3^2 = 9$ gilt die Quersummenregel. So ist es naheliegend, auch für $3^3 = 27$ die Quersummenregel zu vermuten.

- Finden Sie eine Zahl, die durch 27 teilbar ist, aber nicht eine Quersumme hat, die durch 27 teilbar ist.
- Finden Sie eine Zahl, deren Quersumme durch 27 teilbar ist, die aber nicht durch 27 teilbar ist.
- Bestimmen Sie für die gewichtete Quersumme für die Teilbarkeitsregel für 27 die Gewichtszahlen und das Muster ihrer Wiederholungen. Berücksichtigen Sie auch negative Gewichtszahlen, wenn es günstiger ist.
- Testen Sie mit der in c. aufgestellten Teilbarkeitsregeln, ob 9.124.145 durch 27 teilbar ist.
- Welche Ziffer müssen Sie bei x einsetzen, damit die Zahl $126x74$ durch 27 teilbar ist? Zeigen Sie, dass diese Fragestellung keine Lösung besitzt.

5. Der kleine Satz von Fermat besagt:

Für alle Primzahlen p und jede Basiszahl $b < p$, $b \in \mathbb{N}$ gilt $b^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

- Zeigen Sie diese Eigenschaft konkret für $b = 2$ und $p = 7$.
- Finden Sie ein Beispiel dafür, dass die Aussage falsch wird, wenn p keine Primzahl ist.

- c. Finden Sie zwei Zahlen b und p so, dass $b^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ erfüllt ist, obwohl p keine Primzahl ist.
 - d. Verwenden Sie den kleinen Satz von Fermat, um $13^{1625} \equiv x \pmod{17}$ mit $0 \leq x < 17$ (d.h. x soll der Teilungsrest sein) zu bestimmen. Erläutern Sie Ihr Vorgehen.
6. 9er-Einmaleins
- a. Schreiben Sie (im ganz normalen 10er-System) das 9er-Einmaleins auf und beschreiben Sie die Entwicklung der Zehner- und Einerziffer. Was ist mit der Quersumme?
 - b. Schreiben Sie im 8er-System das 7er-Einmaleins auf. Beschreiben Sie auch hier die Entwicklung der ersten Ziffer (Achterziffer) und Einerziffer. Was ist mit der Quersumme?
 - c. Betrachten Sie allgemein im b -System das Einmaleins von $b-1$. Schreiben Sie die Zahlen in eine Stellenwerttafel mit $| \ b \ | \ 1 \ |$. Beschreiben Sie auch hier die Entwicklung der ersten Ziffer (b -Ziffer) und Einerziffer. Was ist mit der Quersumme?