5. Übung

Fibonacci-Zahlen, Pascalsches Dreieck, regelmäßige Vielecke

Präsenzübungen (für Mi, 7.12.)

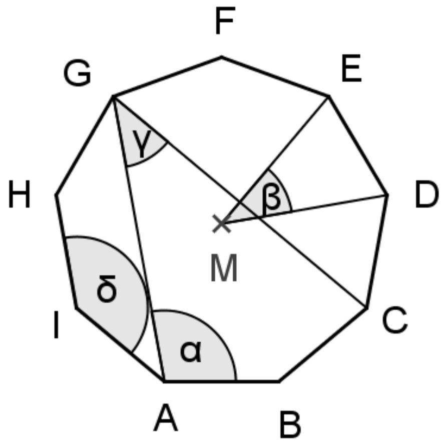
1. Zeilensumme im Pascalschen Dreieck
   Addieren Sie die Zahlen in einer Zeile des Pascalschen Dreiecks.
   a. Welche Gesetzmäßigkeit fällt Ihnen auf?
   b. Formulieren Sie die Gesetzmäßigkeit formal. Verwenden Sie auch das Summenzeichen.
   c. Beweisen Sie die Aussage mit vollständiger Induktion. *(Machen Sie sich grafisch klar, wohin die Zahlen einer Zeile in die darunterliegende Zeile wandern.)*

2. Bruchrechnung/Termumformungen
   Bilden Sie den Hauptnenner, erweitern Sie passend und rechnen Sie dann.
   (*Das Ergebnis muss nicht fertig ausgerechnet sein, insbesondere dürfen Fakultäten stehen bleiben.*)
   a. $\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}=$ b. $\frac{1}{(n-1)!}-\frac{1}{(n+1)!}=$ c. $\frac{n!}{k!(n-k)!}+\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}=$

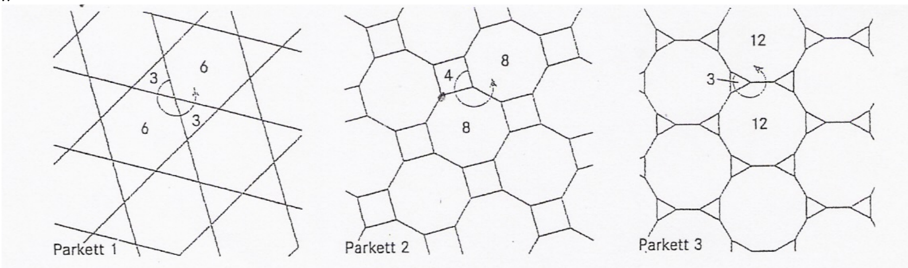
Hausübungen (Abgabe: Do, 8.12.)

3. Zahlenmuster erkennen und formalisieren
   Wir betrachten Folgen von Zahlenpaaren. Am Beispiel (8,1), (7,3), (6,5) wird das grundlegende Muster deutlich. Das erste Paar hat als erste eine beliebige Zahl, die zweite Zahl ist 1. Die erste Zahl wird immer um 1 verringert, die zweite Zahl immer um 2 erhöht. Die Zahlenfolge hat ein letztes Element, nämlich das Zahlenpaar, in dem die zweite Zahl gerade noch kleiner oder gleich der ersten Zahl ist. Im obigen Beispiel ist (6,5) das letzte Zahlenpaar, denn nach dem Bildungsgesetz erhält man im nächsten Schritt (5,7), was aber nicht mehr zulässig ist, da die zweite Zahl größer ist als die erste.
   Ziel unserer Untersuchungen ist, das letzte Zahlenpaar anzugeben.
   a. Bilden Sie zu den Startpaaren (9,1) , (10,1) und (11,1) die Zahlenfolgen. (ggfs. noch weitere für Forschungszwecke) *(1 Punkt)*
   b. Überlegen Sie, wie man in größeren Schritten in der Zahlenfolge voranschreiten kann (um sich möglichst schnell dem letzten Zahlenpaar zu nähern). Nutzen Sie die Überlegung, um zum Startpaar (100,1) das letzte Zahlenpaar zu ermitteln. *(2 Punkte)*
   c. Finden Sie zum Startpaar (n,1) das letzte Zahlenpaar. Verwenden Sie angemessene Fallunterscheidungen. *(3 Punkte)*

4. Winkelberechnung
Die Abbildung rechts zeigt ein regelmäßiges Neuneck. Bestimmen Sie die Größe der vier markierten Winkel. Machen Sie Ihren Lösungsweg deutlich.
(4 Punkte)



5. Parkette
Die Parkette 1, 2 und 3 sind aus regelmäßigen Vielecken aufgebaut. An jeder Ecke stoßen die Vielecke in der gleichen Weise zusammen. Solche Die Parkettierungen nennt man „archimedisch“.



In Parkett 1 hat jede Ecke den Typ 3.6.3.6. Die Summe der an einer Ecke zusammenstoßenden Winkel beträgt 60° + 120 ° + 60° + 120° = 360°.

a. Weisen Sie nach, dass sich auch bei den Parketten 2 und 3 die Winkelsumme 360° ergibt. *(2 Punkte)*
b. Geben Sie selbst
   i. drei (weitere) regelmäßige Vielecke (nicht alle kongruent)
   ii. vier regelmäßige Vielecke (nicht alle kongruent)

   an, die man um einen Eckpunkt passend zusammenlegen kann. Rechnen Sie jeweils die Winkelsumme nach. *(4 Punkte)*

6. Aus einem Förder-Arbeitsheft für die 4. Klasse *(3 Punkte)*