3. Übung
Pascalsches Dreieck

Präsenzübungen (für Mi, 23.11.)

1. Logik

   Bilden Sie zu den nachfolgenden Implikationen
   - die „nicht-oder“-Form
   - die Kontraposition
   - die Verneinung.

     Beurteilen Sie, ob die entstehenden Sätze sinnvoll das ausrücken, was nach logischen Gesetzen gilt (äquivalente Aussage, Verneinung).

   a. „Wenn du dich beeilst, dann bekommst du noch den Zug.“

   b. Wenn n durch 6 teilbar ist, dann ist n gerade.

   c. „Wenn Sie über 25 sind und einen gültigen Führerschein haben, dann können Sie dieses Auto mieten.“

2. Wiederholen Sie die Zahlenmengen

   $\mathbb{N}$ natürliche Zahlen

   $\mathbb{Z}$ ganze Zahlen

   $\mathbb{Q}$ rationale Zahlen

   $\mathbb{R}$ reelle Zahlen

3. Machen Sie sich folgende Gesetzmäßigkeiten klar:

   a. $n!\cdot(n+1)=(n+1)!$ b. $\dfrac{n!}{n(n-1)}=(n-2)!$

   c. $(n+2)!\neq n+2!$ d.h. die Klammern dürfen nicht fehlen

   d. $(n+2)!\neq n!+2!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf eine Summe verteilen

   e. $(2n)!\neq 2!\cdot n!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf ein Produkt verteilen

   f. $\binom{n}{k}\cdot\dfrac{n-k}{k+1}=\binom{n}{k+1}$

Hausübungen (Abgabe: Do, 24.11.)

4. Zahlenketten

Unter dem Stichwort „Zahlenketten" findet das Prinzip der Fibonacci-Zahlen Eingang in die Übungsaufgaben der Grundschule. (Googeln Sie einmal nach: Zahlenketten Grundschule)

2 5 7 12 19 31 ist z.B. eine 6er-Zahlenkette, die mit 2 und 5 beginnt und mit 31 endet.

a. Wie verändert sich die letzte Zahl der 6er-Zahlenkette, wenn man die erste Zahl um +/-1 verändert?

b. Wie verändert sich die letzte Zahl der 6er-Zahlenkette, wenn man die zweite Zahl um +/-1 verändert?

c. 5 17 22 39 61 100 ist eine Zahlenkette, die die 100 trifft. Leiten Sie durch systematisches Probieren auf der Basis von a. und b. eine weitere Lösung her. Erläutern Sie die Systematik Ihres Probierens.

d. Finden Sie <u>alle natürlichen</u> Zahlen als Startzahlen, bei denen die 6er-Zahlenkette die 100 trifft. Begründen Sie, warum es keine weiteren Lösungen geben kann.

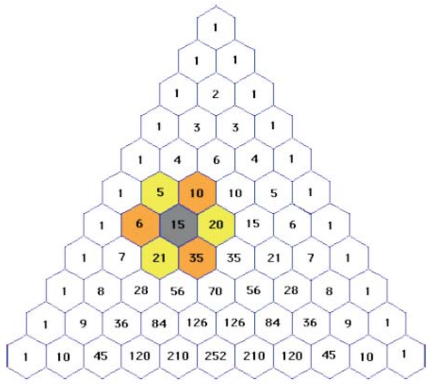
e. Finden Sie <u>alle ganzen</u> Zahlen als Startzahlen, bei denen die 6er-Zahlenkette die 100 trifft. Begründen Sie, warum es keine weiteren Lösungen geben kann.

f. Finden Sie <u>zwei nicht ganze Zahlen</u> als Startzahlen, bei denen die 6er-Zahlenkette die 100 trifft.

5. Pascalblume

Im Pascalschen Zahlendreieck lassen sich Blüten finden: Eine Zelle $\binom{n}{k}$ ist umgeben von sechs Feldern, den Blättern. Markiert man die Blätter abwechseln mit zwei Farben, sind jeweils drei Blätter in der einen und drei mit der anderen Farbe markiert.

Berechnet man nun jeweils das Produkt der Zahlen in den gleichfarbigen Blütenblättern, erhält man im unten angegebenen Beispiel 5*20*21=2100 und 6*10*35=2100. Die Produkte sind also gleich.



a. In Zeile 9 finden Sie die Zahl 36 zwei Mal. Nehmen Sie die rechte und prüfen Sie dort konkret die Gesetzmäßigkeit zur Pascalblume.

b. Schreiben Sie die Gesetzmäßigkeit zur Pascalblume allgemein auf .

i. Nennen Sie die <u>zentrale</u> Zelle $\binom{n}{k}$.

ii. Nennen Sie die Zelle <u>links oben</u> $\binom{n}{k}$.

c. Beweisen Sie diese Gesetzmäßigkeit allgemein. Verwenden Sie dazu die explizite Formel $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Es ist nichts schrecklicher als ein Lehrer, der nicht mehr weiß, als die Schüler allenfalls wissen sollen. Wer andere lehren will, kann wohl oft das Beste verschweigen, was er weiß, aber er darf nicht halbwissend sein.
Goethe, Lehrjahre I, 4