ABCCC 5 Dinge, davon 3 gleich

$$\frac{5!}{3!}$$ Permutationen

Allgemeine Permutationsformel

n Dinge, davon $n_1, n_2, n_3 \dots$ gleich $n_1 + n_2 + n_3 \dots \leq n$

Dann gibt es

$$\frac{n!}{n_1!\, n_2!\, n_3! \dots}$$ verschiedene Permutationen

Beispiel ABBCDDD

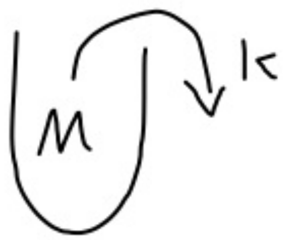
$n = 7 \quad n_1 = 1 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 1 \quad n_4 = 3$

$$\frac{7!}{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4}^{2} \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}{1 \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{1 \cdot 2 \cdot 3}} = 420$$

Das Urnenmodel

In einer Urne liegen n verschiedene Dinge. Man macht k Ziehungen. Bei den Ziehungen unterscheidet mam mit oder ohne Zurücklegen.
Nach der Ziehung wird unterschieden, ob die Reihenfolge beachtet wird oder nicht.

1. Fall mit Zurücklegen, mit Berücksichtigung d. Reihenfolge



$$(\underset{n}{\ldots}, \underset{n}{\ldots}, \underset{n}{\ldots}, \ldots, \underset{n}{\ldots})$$

$\longleftarrow$ k-Tupel $\longrightarrow$

$$n \cdot n \cdot n \cdot \cdots \cdot n = n^k$$

Beisp: 3faches Würfeln

$n=6 \quad k=3 \implies 6^3 = 216$

2. ohne Zurückl., mit B.d.R.

$n \curvearrowright k$ $\quad (\ldots, \ldots, \ldots, \ \ldots \ , \ldots)$

$\uparrow n \quad \uparrow n-1 \quad \uparrow n-2 \qquad \uparrow n-(k-1) = n-k+1$

$\leftarrow$ k-Tupel $\rightarrow$

$$n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots(n-k+1)\cdot\frac{(n-k)\cdots 2\cdot 1}{(n-k)\cdots 2\cdot 1}$$

$$=\frac{n!}{(n-k)!}$$

Beisp: $n=8 \quad k=4: \ 8\cdot7\cdot6\cdot5 = 1680$

$$\frac{8!}{4!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot\cancel{4\cdot3\cdot2\cdot1}}{\cancel{4\cdot3\cdot2\cdot1}}$$

3. ohne Zurückl., ohne B.d.R.

z.B. Lotto

$n \curvearrowright k$ $\quad (\ldots, \ldots, \ldots, \ \ldots \ , \ldots)$

$\frac{n!}{(n-k)!}$ Möglichkeiten <u>mit</u> B.d.R.

z.B. $\left.\begin{array}{c}136\\361\\631\\613\\316\\163\end{array}\right\} \to 1$ Fall o.B.d.R $\quad \Big| \quad \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!} = \dbinom{n}{k}$

Lotto $n=49 \quad k=6$

$$\binom{49}{6}=\frac{49!}{43!\cdot 6!}=\frac{49\cdot\overset{4}{\cancel{48}}\cdot47\cdot46\cdot\overset{3}{\cancel{45}}\cdot\overset{11}{\cancel{44}}}{1\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{6}}$$

$$=49\cdot4\cdot47\cdot46\cdot3\cdot11$$

$$\approx 14 \text{ Mio.}$$

4. mit Zurückl., ohne B.d.R

$\cancel{\frac{n^k}{k!}}$

$n=5 \quad k=3$

$$\frac{5^3}{3!} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$