Kombinatorik

Lehre vom Abzählen aller Möglichkeiten

1. Lösungsmöglichkeit
Aufstellen der vollständigen Liste
Vermeiden von Fehlern durch systematisches Vorgehen
Beispiel: Türme aus 3 Klötzen
Farben schwarz, blau, weiß

bbb	bwb
bbs	bws
bbw	bww
bsb	sbb
bss	⋮
bsw	

alphabetische Liste

b → 1 s → 2 w → 3

111	131
112	132
113	133
121	⋮
122	
123	

numerische Liste

bei fester „Wart" Länge sind alphabetische und numerische Liste gleich

b	1
bb	2
bbb	3
bbs	11
bbw	12
bs	13
bsb	111
⋮	

hier sind die Anordnungen unterschiedlich. Die Listenlänge bleibt (natürlich) gleich.

Die Multiplikationsregel

als kombinatorisches Grundprinzip

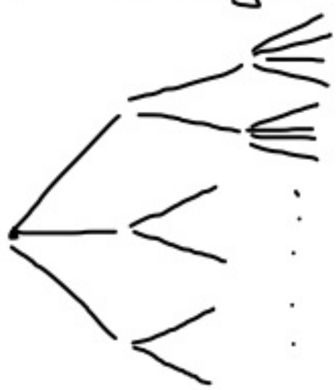
Beisp.

Vorsp	Haupt	Dessert	→
3	2	4	

Wie viele 3gängige Menüs?

$$3\cdot 2\cdot 4=24$$

Baumdiagramm



$$3\cdot 2\cdot 4=24$$

Tupelschreibw.

$$(\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\ \underset{2}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\ \underset{4}{\underset{\uparrow}{\ldots}})$$

3-Tupel

↳ Es gibt insgesamt $3\cdot 2\cdot 4=24$ Tupel

Turmaufgabe 3 Farben, 3 Klötzchen

$$(\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}}) \Rightarrow 3\cdot 3\cdot 3 = 27 \text{ Türme}$$

---

3 Farben, 4 Klötzchen

$$(\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{3}{\underset{\uparrow}{\ldots}}) \Rightarrow 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 81 \text{ Türme}$$

---

4 Farben, 3 Klötzchen

$$(\underset{4}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{4}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{4}{\underset{\uparrow}{\ldots}}) \Rightarrow 4\cdot 4\cdot 4 = 64 \text{ Türme}$$

n Farben, k Klötzchen

$$(\underbrace{\underset{n}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{n}{\underset{\uparrow}{\ldots}}\;\ldots\;,\underset{n}{\underset{\uparrow}{\ldots}}}_{k \text{ Plätze}}) \qquad \underbrace{n\cdot n\cdot n\cdots n}_{k} = n^k$$

Autokennzeichen

HB-AB 123	HB-A 1234
Bremen	Bremerhaven
$(\underset{26}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{26}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{9}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{10}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{10}{\underset{\uparrow}{\ldots}})$	$(\underset{26}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{9}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{10}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{10}{\underset{\uparrow}{\ldots}},\underset{10}{\underset{\uparrow}{\ldots}})$
$26\cdot 26\cdot 9\ 10\ 10$	$26\ 9\ 10\ 10\ 10$
$\Rightarrow$ 608.400	234.000

Permutationen

Anzahl der Vertauschungsmöglichk.

ABCD $\quad (\ldots, \ldots, \ldots, \ldots)$

$4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Vertauschungen

allgemein

n verschiedene Dinge, alle Permutationen

$\underbrace{(\ldots, \ldots, \ldots, \ldots \ldots, \ldots)}_{n}$

$n \quad n-1 \quad n-2 \quad \ldots \quad 1$

$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

> Zu n verschiedenen Dingen gibt es $n!$ Permutationen.

nicht alle sind verschieden

ABCCC $\quad$ Liste

ABCCC	BACCC
ACBCC	BCACC
ACCBC	BCCAC
ACCCB	BCCCA

.... ?