

Äquivalenzrelationen
Relation: Menge, Beziehung
zwischen den Elementen

1. Reflexivität

Für alle $a \in M$ gilt: a steht zu
sich selbst in Beziehung
Bezeichnung für die Relation
schreiben wir aob

1. Reflexivität:

Für alle $a \in M$ gilt: $a oa$

2. Symmetrie

Für alle $a, b \in M$ gilt: $aob \Rightarrow boa$

3. Transitivität

Für alle $a, b, c \in M$ gilt

aob und $bo c \Rightarrow aoc$

Eine Relation heißt Äquivalenz-
relation, wenn 1. 2. und 3. gilt.

Jede Äquivalenzrelation zerlegt die Grundmenge M in disjunkte Klassen.

In jeder Klasse ~~sind~~ stehen die Elemente in Beziehung bezüglich der Äquiv. relation

Kongruenz \rightarrow Restklassen

Die Kongruenz \equiv ist auf der Menge der ganzen Zahlen eine Äquivalenzrelation.

1. $a \equiv a \pmod{m} \checkmark$
2. $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$
3. $a \equiv b \pmod{m}$ und $b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c \pmod{m}$

Beispiel: $m=5$

$$\bar{0} = \{0, 5, 10, 15, \dots\}$$

$$\bar{1} = \{1, 6, 11, 16, \dots\}$$

$$\bar{2} =$$

$$\bar{3} =$$

$$\bar{4} =$$

$$\bar{5} = \{0, 5, 10, \dots\} = \bar{0}$$