Satz 1

$a \equiv b \mod m$

$\iff a - b = t \cdot m$ mit $t \in \mathbb{Z}$

Anwendung:

$17 \equiv x \mod 4$

$x \in \{17, 21, 25, 29, \ldots$

Genauer $x \in \{\ldots 9, 13, 17, 21, 25, 29, \ldots\}$

Beispiel: $m = 11$

$-30 \stackrel{?}{\equiv} 62 \mod 11$

$62 - (-30) = 62 + 30 = 92$ von 11 nicht Vielf

$\Rightarrow -30 \not\equiv 62 \mod 11$

Beweis „$\Rightarrow$"

$a \equiv b \mod m$

$\Rightarrow a = t_a m + r_a$

$b = t_b m + r_b$ und $r_a = r_b = r$

$\Rightarrow a - b = t_a m + r - (t_b m + r)$

$= t_a m \cancel{+ r} - t_b m \cancel{- r}$

$= m(\underbrace{t_a - t_b}_{\in \mathbb{Z}}) \quad \square$

„$\Leftarrow$" siehe Skript

Satz 2

$a \equiv b \mod m \qquad c \equiv d \mod m$

$\Rightarrow a \overset{+}{\underset{\cdot}{-}} c \equiv b \overset{+}{\underset{\cdot}{-}} d \mod m$

Beisp. $10 \equiv 28 \mod 9$

$\underline{22 \equiv 13 \mod 9}$

$32 \equiv 41 \mod 9, \quad -12 \equiv 15 \mod 9$

$-12 = -2 \cdot 9 + 6$

$220 \equiv 364 \mod 9$

Anwendung: $10 \equiv 10 \mod 11$

quadr. $100 \equiv 1 \mod 11$

$1000 \equiv -1 \mod 11 \qquad -1 \equiv 10 \mod 11$

$10000 \equiv 1 \mod 11 \qquad -1 = -1 \cdot 11 + 10$