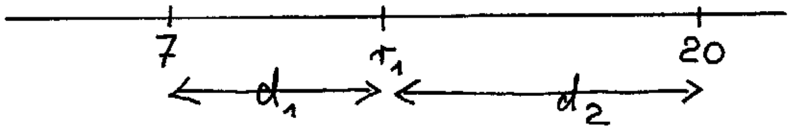
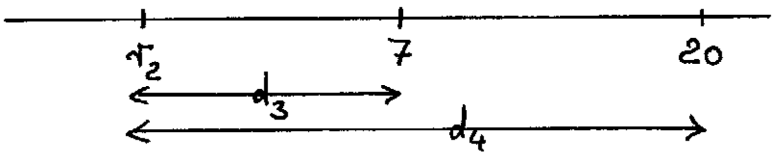
Dr. Reimund Albers, Mathem. Denken u. Lehren 1, WiSe 11/12

9. Übung, Lösungsskizzen

1.



1. Lösungsmöglichkeit



2. Lösungsmöglichkeit

1. Lösungsmöglichkeit $\qquad 2d_1 = d_2$

$\Rightarrow (r_1 - 7)\cdot 2 = 20 - r_1 \quad \Rightarrow 2r_1 - 14 = 20 - r_1$

$\Rightarrow 3r_1 = 34 \quad \Rightarrow \underline{\underline{r_1 = 11\tfrac{1}{3}}}$

2. Lösungsmöglichkeit

$2d_3 = d_4$

$\Rightarrow 2(7 - r_2) = 20 - r_2 \quad \Rightarrow 14 - 2r_2 = 20 - r_2$

$\Rightarrow -r_2 = 6 \quad \Rightarrow \underline{\underline{r_2 = -6}}$

2. Man teilt mit dem TR $4839267 : 38429 = 125{,}92\ldots$

Also ist $k = 125$ und $r = 4839267 - 125\cdot 38429$

$= 35642$

Also: $4839267 = 125 \cdot 38429 + 35642$

3. a) 125 hat die Quersumme 8, ist aber nicht durch 8 teilbar

b) 448 hat die Quersumme $16 = 2\cdot 8$ und ist auch durch 8 teilbar $448 = 56\cdot 8$

$\rightarrow$

3c) Es gibt eine natürl. Zahl, für die gilt:
Die Quersumme ist durch 8 teilbar und die Zahl selbst ist (trotzdem) nicht durch 8 teilbar.

4a $1213422_5 \to$ 10er mit dem Multiplikationsalg.

$1 \xrightarrow{\cdot 5} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{\cdot 5} 35 \xrightarrow{+1} 36 \xrightarrow{\cdot 5} 180 \xrightarrow{+3} 183 \xrightarrow{\cdot 5} 915 \xrightarrow{+4} 919 \xrightarrow{\cdot 5} 4595$

$4595 \xrightarrow{+2} 4597 \xrightarrow{\cdot 5} 22985 \xrightarrow{+2} \underline{\underline{22987}}$

$22987 \to$ 9er mit dem Divisionsalg.

$$\left.\begin{aligned} 22987 &= 2554 \cdot 9 + 1 \\ 2554 &= 283 \cdot 9 + 7 \\ 283 &= 31 \cdot 9 + 4 \\ 31 &= 3 \cdot 9 + 4 \\ 3 &= \underline{\underline{0}} \cdot 9 + 3 \end{aligned}\right\} 34471_9$$

b. $2001_{11} \to$ 10er mit Ausschöpfungsalg.

$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot 11^3 = 2663$

$2663 \to$ 4er mit Divisionsalg.

$$\left.\begin{aligned} 2663 &= 665 \cdot 4 + 3 \\ 665 &= 166 \cdot 4 + 1 \\ 166 &= 41 \cdot 4 + 2 \\ 41 &= 10 \cdot 4 + 1 \\ 10 &= 2 \cdot 4 + 2 \\ 2 &= \underline{\underline{0}} \cdot 4 + 2 \end{aligned}\right\} 221213_4$$

4c $10111010_2 \to 8$er mit Schnellverfahren

$8 = 2^3 \to$ 3er - Gruppen

$\underbrace{10}_{2}.\underbrace{111}_{7}.\underbrace{010}_{2}$

also $10111010_2 = 272_8$

5 Die Zahlen der Folge a erfüllen die Kongruenz $x \equiv 1 \mod 4$

die von b die Kongruenz $x \equiv 3 \mod 4$

$12383 \equiv 3 \mod 4$ da 12380 durch 4 teilbar ist

Also gehört 12383 zur Zahlenfolge b.

6. $23 \equiv 0 \mod 23$

$34 \equiv 11 \mod 23$

$45 \equiv -1 \mod 23$

$8 \equiv 8 \mod 23$

$25 \equiv 2 \mod 23$

$200 \equiv 16 \mod 23$

$2323 \equiv 0 \mod 23$

$50 \equiv 4 \mod 23$

$250 \equiv 20 \mod 23$

$123 \equiv 8 \mod 23$

$196 = 200 - 4 \equiv 12 \mod 23$

$-13 \equiv 10 \mod 23$

$-100 \equiv -8 \equiv 15 \mod 23$

$-25 \equiv -2 \equiv 21 \mod 23$

$-600 \equiv -48 \equiv 21 \mod 23$

Teilungsreste mod 23	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Zahl	23 2323		25		50				8 123		-13	34	196	

Teilungsreste mod 23	14	15	16	17	18	19	20	21	22	~~23~~
Zahl		-100	200				250	-25 -600	45	

HAUSÜBUNGEN

7a. 2012 MMXII (1)

b. 8er-Potenzen: $8^2 = 64 \quad 8^3 = 512 \quad 8^4 = 4096$

$$\begin{aligned} 2012 &= 3 \cdot 512 + 476 \\ &= 3 \cdot 512 + 7 \cdot 64 + 28 \\ &= 3 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8 + 4 \\ &= 3734_8 \end{aligned}$$

(1,5)

c.

$$\left.\begin{aligned} 2012 &= 167 \cdot 12 + 8 \\ 167 &= 13 \cdot 12 + 11 \\ 13 &= 1 \cdot 12 + 1 \\ 1 &= 0 \cdot 12 + 1 \end{aligned}\right\} 11B8_{12}$$

(1,5)

d. $2012_3 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3$

$= 2 + 3 + 0 + 54 = 59$

(1,5)

e. 2012_6

$2 \xrightarrow{\cdot 6} 12 \xrightarrow{+0} 12 \xrightarrow{\cdot 6} 72 \xrightarrow{+1} 73 \xrightarrow{\cdot 6} 438 \xrightarrow{+2} \underline{\underline{440}}$

(1,5)

8 a. $62 = 55 + 7 = 55 + 5 + 2 = 100001010_F$ (1)

$88 = 55 + 33 = 55 + 21 + 12 = 55 + 21 + 8 + 3 + 1 = 101010101_F$ (1)

b $1011011_F = 1 + 2 + 5 + 8 + 21 = 37$ (1)

c $2000_F = 2 \cdot 5 = 10$

$10 = 8 + 2 = 10010_F$

Da man eine Fibonacci-Zahl zerlegen kann in die Summe der beiden vorhergehenden $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, erhält man

$$\begin{aligned} 2F_n &= \underbrace{F_n + F_{n-1}}_{} + F_{n-2} \\ &= F_{n+1} + F_{n-2} \end{aligned}$$

noch 8c

Im Stellenwertsystem

....	F_{n+1}	F_n	F_{n-1}	F_{n-2}	....
		2			
		1	1	1	
	1	0	0	1	

(2)

d. $11000_F = 8+5 = 13 = 100000_F$

Wegen des Bildungsgesetzes für die Fibonacci-Zahlen $F_{n-1} + F_n = F_{n+1}$ kann man zwei Einsen immer zusammenfassen zu einer Eins eine Stelle links von der Doppeleins. Also

Schieberegel:

Stehen zwei Einsen direkt nebeneinander, so kann man sie durch eine Eins links davon ersetzen. (2)

e)

34	21	13	8	5	3	2	1
	1	0	1	1	0	1	1

1011011_F

$= 1100100_F$

$= 10000100_F \quad = 34 + 3 = 37$ stimmt mit b. (2)

9. Direkt nachzählen

18 Quadrate 8 Dreiecke → 26 Flächen

Jede Ecke enthält eine Dreiecksecke → 24 Ecken

$\left.\begin{array}{l}\text{18 Quadrate} \to \text{72 Flächenk.} \\ \text{8 Dreiecke} \to \text{24 ''}\end{array}\right\}$ 96 Flächenkanten

ergibt 48 Kanten

Probe mit Eulerscher Polyederformel

$E + F = K + 2 \qquad 26 + 24 = 50 \qquad 48 + 2 = 50$ stimmt (3)