

$$a) \frac{n}{2n+1} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n(2n+3) + 1}{(2n+1)(2n+3)} \quad \text{Hauptnenner}$$

$$= \frac{2n^2 + 3n + 1}{(2n+1)(2n+3)} \quad \text{Zähler ausm.}$$

mit Blick auf das Endergebnis rechnet man:

$$(2n+1)(n+1) = 2n^2 + 2n + n + 1 = 2n^2 + 3n + 1$$

also

$$= \frac{(2n+1)(n+1)}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}$$

$$b) \frac{5^{n+1} - 1}{4} - 1 = \frac{5^{n+1} - 1 - 4}{4} \quad \text{Hauptnenner}$$

$$= \frac{5^{n+1} - 5}{4} = \frac{5(5^n - 1)}{4} = \frac{5}{4}(5^n - 1)$$

$$c) \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$$

$$d) \frac{1}{1+\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{2}{2+\sqrt{3}} \quad \text{mit 2 erweitert}$$

$$= \frac{2 \cdot (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3})} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4-3} = 4-2\sqrt{3}$$

2. n steht für die mittlere der drei Zahlen
 $n-1$ ist die vorhergehende, $n+1$ die
 nachfolgende natürliche Zahl.

3. Die Prozentangaben beziehen sich auf die „deutsche Wirtschaftsleistung“. Die ist der Grundwert, 100%.

Die Änderung sind $83,7\% - 81,1\% = 2,6\%$
oder 55,5 Milliarden €

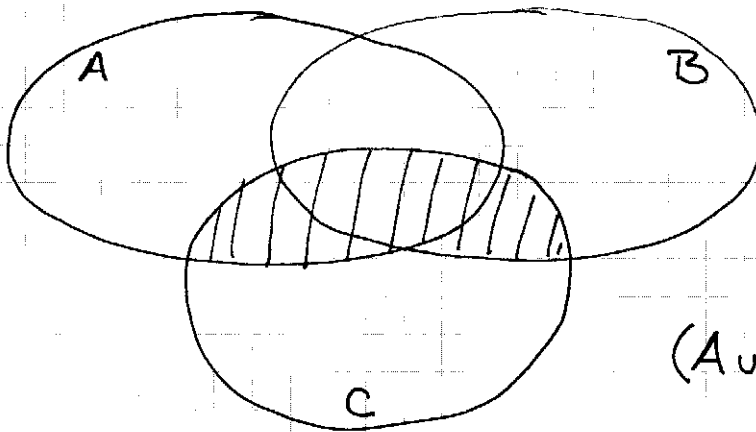
$$\Rightarrow 55,5 \cdot \frac{100}{2,6} \text{ Milliarden €} \approx 2134,6 \text{ Milliarden €}$$

b) sind der Grundwert, also die „deutsche Wirtsch.l.“

$$\text{Daron } 81,1\% \text{ sind } 2134,6 \cdot \frac{81,1}{100} \approx 1731,2$$

a) Also ist der „Schuldenstand“ 1731,2 Mrd. €

4.

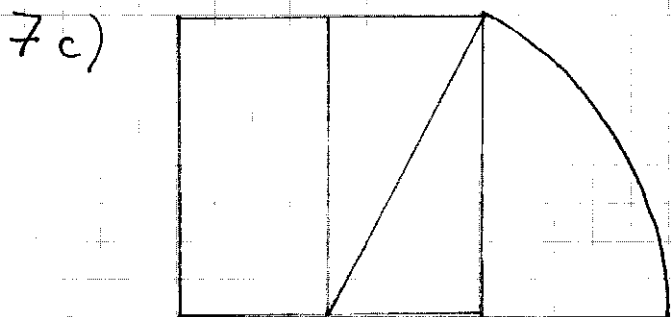
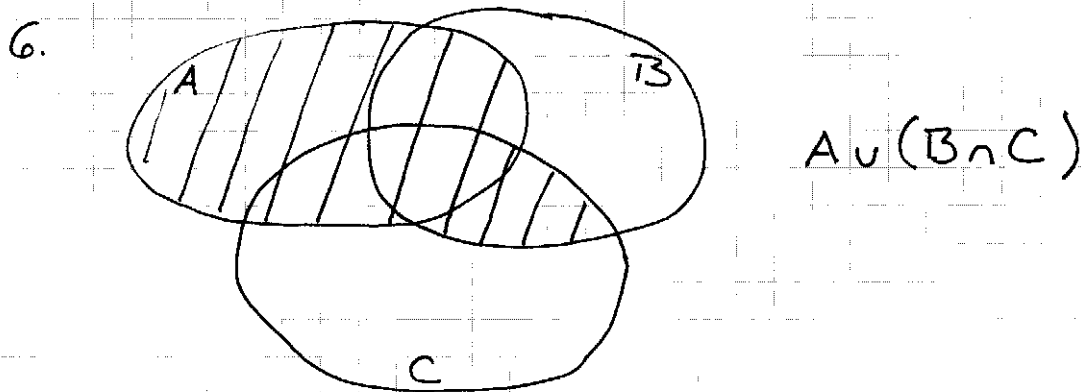


$$(A \cup B) \cap C$$

5.
$$\frac{5^{n+1} - 1}{4} + 5^{n+1} = \frac{5^{n+1} - 1 + 4 \cdot 5^{n+1}}{4} \quad \text{Hauptn.}$$

$$= \frac{5 \cdot 5^{n+1} - 1}{4} \quad \text{die } 5^{n+1} \text{ zusammenzählen}$$

$$= \frac{5^{n+2} - 1}{4} \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$



Die Länge a ist gegeben

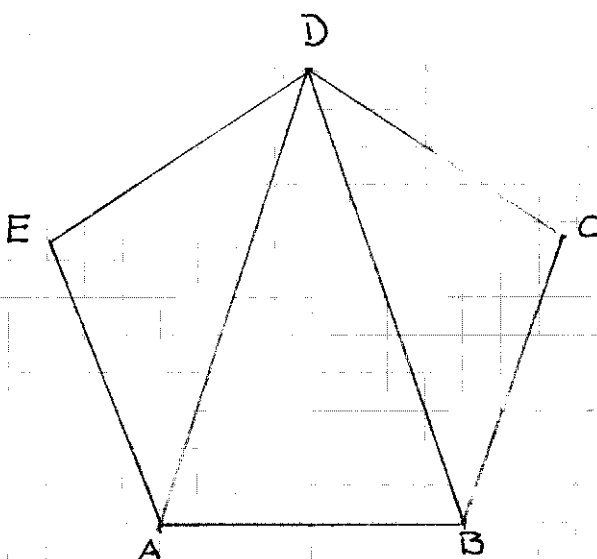
1. Man führt die Konstruktion für die Diagonalenlänge d durch

2. Man zeichnet \overline{AB} mit der Länge a .

3. Die Kreisbögen um A und B mit dem Radius d liefern D .

4. Die Kreisbögen um B und D mit dem Radius a liefern C .

5. Kreisbögen um D und A mit $a \rightarrow E$.



a)

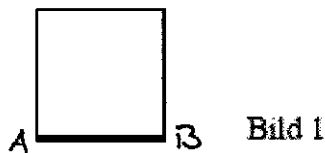


Bild 1

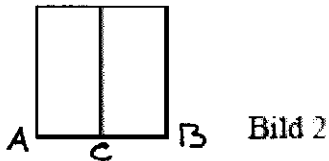


Bild 2

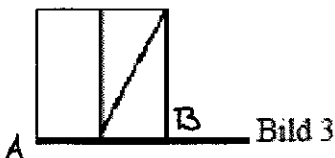


Bild 3

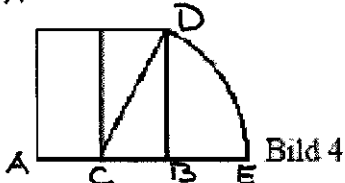


Bild 4

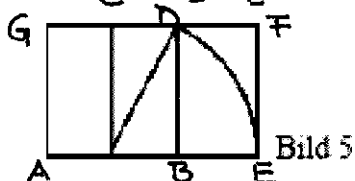


Bild 5

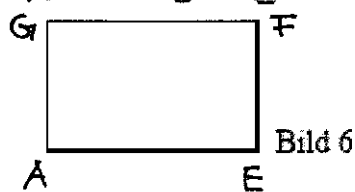


Bild 6

$$\bullet |AB| = a$$

\bullet C ist der Mittelpunkt von \overline{AB}
also ist $|CB| = \frac{a}{2}$

\bullet Die Strecke \overline{AB} wird über B hinaus verlängert

\bullet Die Länge von \overline{CD} wird mit dem Zirkel auf die Verlängerung von \overline{AB} abgetragen. Punkt E entsteht.

$$|CD| = |CE|$$

\bullet F ist der Schnittpunkt der Senkrechten in E senkrecht zu AB und der Geraden GD.

\bullet Das fertige Rechteck

$$b) |AE| = |AC| + |CE| = |AC| + |CD| (*)$$

Berechnung von $|CD|$:

$$\text{Pythagoras im } \triangle CBD: |CD|^2 = |CB|^2 + |BD|^2$$

$$|CB| = \frac{a}{2} \quad |BD| = a = 2 \cdot \frac{a}{2} : \quad = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{a^2}{4} + 4 \cdot \frac{a^2}{4} = 5 \frac{a^2}{4}$$

$$\text{also } |CD| = \sqrt{5 \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5}$$

$$\text{einsetzen bei } (*): |AE| = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sqrt{5} = \frac{a}{2} (1 + \sqrt{5})$$

$$|AE| = a \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = a \cdot \phi$$

8 a) \overline{EC} ist eine Diagonale, hat also die gleiche Länge wie \overline{AD} .

$$|EC| = |AD| = \phi |AB|$$

Wegen der Parallelität von Seite und zugehöriger Diagonale ist ABHE ein Parallelogramm. Also ist $|EH| = |AB|$

$$\text{Dann gilt } \frac{|EC|}{|EH|} = \frac{\phi |AB|}{|AB|} = \phi \quad \text{q.e.d.}$$

$$\text{b) } |EH| = |AB|$$

$$|EI| = |EC| - |CI| = \phi |AB| - |AB|$$

Das Viereck ABCI ist auch ein Parallelogramm.

$$|EI| = (\phi - 1) \cdot |AB|$$

$$\begin{aligned} \text{Dann gilt } \frac{|EI|}{|EH|} &= \frac{(\phi - 1) |AB|}{|AB|} = \phi - 1 \\ &= \frac{\sqrt{5} + 1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5} + 1 - 2}{2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \phi \quad \text{q.e.d.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9 \text{ a) } \phi^2 &= \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 = \frac{5 + 2\sqrt{5} + 1}{4} \\
 &= \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}+1 + 2}{2} \\
 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \phi + 1
 \end{aligned}$$

b) 1. Lösungsweg

$$\begin{aligned}
 \text{nach a) gilt } \phi^2 &= \phi + 1 \quad | : \phi \\
 \phi &= 1 + \frac{1}{\phi} \quad | -1 \\
 \phi - 1 &= \frac{1}{\phi}
 \end{aligned}$$

2. Lösungsweg

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\phi} &= \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} \quad \text{mit } \sqrt{5}-1 \text{ erweitern} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{5}+1} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\
 &= \frac{\sqrt{5}-1 + 2 - 2}{2} \quad \text{erreichbar } 0 = 2-2 \\
 &\quad \text{addieren} \\
 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1 = \phi - 1 \quad \text{q.e.d.}
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \phi + \frac{1}{\phi} &= \phi + \phi - 1 \quad \text{nach b)} \\
 &= 2\phi - 1 = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1 \quad \text{Kürzen} \\
 &= \sqrt{5} + 1 - 1 = \sqrt{5} \quad \text{q.e.d.}
 \end{aligned}$$