

13. Übung

Verknüpfung von Kongruenzabbildungen

Präsenzübungen (für Mi 11.7.)

1. Gegeben ist die Abbildung mit der Gleichung $\bar{x}' = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0,8 & -0,6 \end{pmatrix} \bar{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.
- Weisen Sie nach, dass die Abbildung zu sich selbst invers (involutorisch) ist.
 - Machen Sie sich an einer Zeichnung klar, dass der Verschiebungsvektor senkrecht zur Spiegelungsachse verläuft.
 - Bilden Sie das Produkt Matrix·Verschiebungsvektor. Was erhalten Sie? Was bedeutet das geometrisch?
 - Bestimmen Sie zu dieser Abbildung die Spiegelungsachse. Überlegen Sie dazu wenigstens zwei Lösungswege.

Hausübungen (Abgabe: Fr, 13.7.) *(Das ist die letzte, abzugebende Hausübung)*

2. Gegeben ist die Spiegelung S_a an der Geraden a mit der Gleichung $\bar{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \bar{x}$,

die Spiegelung S_b an der Geraden b mit der Gleichung $\bar{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \bar{x}$

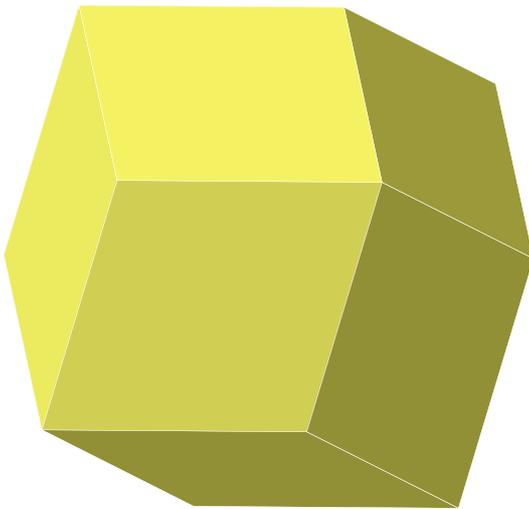
und die Spiegelung S_c an der Geraden c mit der Gleichung $\bar{x}' = \begin{pmatrix} -0,28 & 0,96 \\ 0,96 & 0,28 \end{pmatrix} \bar{x} + \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$.

- Ermitteln Sie für alle drei Abbildungen die Spiegelachsen a, b und c. Zeichnen Sie diese in ein Achsenkreuz (Verwenden Sie für S_c die Erkenntnisse aus der Präsenzübung).
- Spiegeln Sie rein zeichnerisch das Dreieck ABC nacheinander an den Achsen a, b c. A(2;1), B(5;0), C(4;3)
Bestimmen Sie aus der Zeichnung die Koordinaten der letzten Bildpunkte.
- Berechnen Sie die Abbildungsgleichung der Verkettung $S_c \circ S_b \circ S_a$. Bilden Sie nun mit der erhaltenen Abbildung das Dreieck ABC aus Aufg. b ab.
Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus b. mit den hier berechneten.
- Bestimmen Sie durch eine (neue) Zeichnung die Spiegelachse und die Verschiebung für die Schubspiegelung, die sich aus $S_c \circ S_b \circ S_a$ ergibt. Bringen Sie diese Werte in Zusammenhang mit der in c. berechneten Abbildungsgleichung der Verkettung $S_c \circ S_b \circ S_a$.
- Bestimmen Sie auf den Achsen a, b und c jeweils zwei Gitterpunkte (Punkte mit ganzzahligen Koordinaten). Verwenden Sie dazu Aufg. a. Machen Sie die rechnerische Probe dafür, dass die Punkte wirklich auf der betreffenden Achse liegen.
- Fertigen Sie mit GeoGebra eine (weitere) Zeichnung an. Verwenden Sie für eine genaue Positionierung der Spiegelachsen die in e. bestimmten

Gitterpunkte. Spiegeln Sie das in b. genannte Dreieck. Bestimmen Sie auch in dieser Konstruktion die Achse und den Verschiebungsvektor für die Schubspiegelung. Vergleichen Sie mit Ihrer händischen Zeichnung in d (und der dort ggfs. erfolgten Rechnung).

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren



Das Bild zeigt einen Körper, dessen Seitenflächen kongruente Rauten sind. In einem Punkt stoßen entweder drei stumpfe Winkel oder vier spitze Winkel zusammen.

Wie viele Flächen, Ecken und Kanten hat er? Erläutern Sie Ihre Zählweise.

Extraaufgabe:

Sie haben nur die Zahlen 1, 3, 4, 6 und durch Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren (also nicht Potenzieren!!) sollen Sie auf das Ergebnis 24 kommen. Dabei ist auch Klammern setzen erlaubt.

Die Aufgabe hat tatsächlich eine Lösung. Wirklich! Aber es ist schon etwas trickreich.