10. Übung
Abbildungen im Koordinatensystem

Präsenzübungen (für Mi 20.6.)

1. Erforschen Sie die Abbildung $\vec{x'} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

   Anleitung:

   a. Bilden Sie durch Rechnung die Punkte P(2;-1), Q(3;0) und R(1;2) ab auf die Punkte P', Q' bzw. R'.

   b. Zeichnen Sie die Dreiecke PQR und P'Q'R' in ein Achsenkreuz. Vergleichen Sie beide Dreiecke. Sind sie kongruent? Ist der Umlaufsinn gleich oder verändert?

   c. Zeigen Sie rechnerisch exakt, dass $|PR| = |P'R'|$ ist.

   d. Handelt es sich bei der Abbildung um eine Drehung (Drehzentrum?, Drehwinkel?) oder eine Spiegelung (Spiegelungsachse?)

Hausübungen (Abgabe: Fr, 22.6.)

2.

   a. Schreiben Sie die „Kraut-und-Rüben-Gleichungen" geordnet und anschließend in der Vektor-Matrix-Schreibweise.

   $u = ar + 2sg - 2h$

   $v = 5k + ms - rb$

   b. Die Gleichung $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ ist eine Abbildung, bei der der Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ der Ausgangsvektor ist und $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ der Ergebnis- oder Bildvektor. Bei der inversen Abbildung werden deren Rollen gerade vertauscht. Berechnen Sie die inverse Abbildung und geben Sie sie in Matrix-Vektor-Form an.
   (*Hinweis: Schreiben Sie die Gleichung als 2x2 Gleichungssystem und lösen sie es nach a und b auf.*)

3. Ist die Matrix $\begin{pmatrix} -0{,}8 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & 0{,}8 \end{pmatrix}$ die Abbildungsmatrix einer Spiegelung oder Drehung? Wie groß ist der entsprechende Winkel?

   a. Schieben Sie das Minuszeichen jeweils auf einen der drei übrigen Plätze und beantworten Sie jeweils die Frage.

   b. Auf die Matrix $\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & 0{,}8 \end{pmatrix}$ sollen zwei Minuszeichen als Vorzeichen verteilt werden. Auf wie viele Arten geht das? Warum ergibt keine dieser Matrizen eine Matrix für eine Spiegelung oder Drehung?

4. Übung in GeoGebra
   Zeichnen Sie ein Dreieck ABC und für die drei Winkel die Winkelhalbierenden w_α, w_β und w_γ. Konstruieren Sie den Inkreis. Setzen Sie einen Punkt P auf die Strecke $\overline{AB}$. Spiegeln Sie P an w_β auf P', P' an w_γ auf P'' und P'' an w_α auf P'''. Verschieben Sie P so, dass P''' mit P übereinstimmt.
   a. Mit welchem speziellen Punkt stimmt dann P = P''' überein?
   b. Begründen Sie, dass dieser spezielle Punkt durch die drei Spiegelungen auf sich selbst abgebildet wird.
   c. Welcher Punkt wird offensichtlich auch noch durch die drei Spiegelungen auf sich selbst abgebildet?
   d. Sie haben nun zwei Fixpunkte. Begründen Sie, dass die Verknüpfung $S_{w_\alpha} \circ S_{w_\gamma} \circ S_{w_\beta}$ nicht die Identität ist. Was ist die Verknüpfung?
   e. Was ist dann nach Analogieschlüssen die Verknüpfung $S_{w_\gamma} \circ S_{w_\beta} \circ S_{w_\alpha}$ (*beachten Sie die Reihenfolge*)?

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

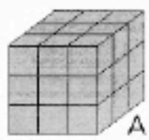
Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

5.

ZAHLEN WERKSTATT — Geometrie — 38

Gefärbte Würfel

1 Jeder große Holzwürfel besteht aus vielen kleinen Würfeln.
Wie viele kleine Würfel sind es?
A: _____ B: _____ C: _____



2 Zahlix streicht jeden großen Würfel außen mit roter Farbe an.
Wie sind die kleinen Würfel gefärbt?

So viele kleine Würfel haben …	Würfel A	Würfel B	Würfel C
… drei rote Flächen			
… zwei rote Flächen			
… eine rote Flächen			
… keine Farbe			
Addiere zur Probe.