

## 6. Übung

### Decktransformationen des Quadrates

Präsenzübungen (für Mi 23.5.)  
Die Hausübung 4 wird besprochen.

1.

|                 |           | zweite Abbildung |           |           |           |           |           |           |           |
|-----------------|-----------|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                 |           | $D_0$            | $D_{90}$  | $D_{180}$ | $D_{270}$ | $S_0$     | $S_{45}$  | $S_{90}$  | $S_{135}$ |
| Erste Abbildung | $D_0$     | $D_0$            | $D_{90}$  | $D_{180}$ | $D_{270}$ | $S_0$     | $S_{45}$  | $S_{90}$  | $S_{135}$ |
|                 | $D_{90}$  | $D_{90}$         | $D_{180}$ | $D_{270}$ | $D_0$     | $S_{135}$ | $S_0$     | $S_{45}$  | $S_{90}$  |
|                 | $D_{180}$ | $D_{180}$        | $D_{270}$ | $D_0$     | $D_{90}$  | $S_{90}$  | $S_{135}$ | $S_0$     | $S_{45}$  |
|                 | $D_{270}$ | $D_{270}$        | $D_0$     | $D_{90}$  | $D_{180}$ | $S_{45}$  | $S_{90}$  | $S_{135}$ | $S_0$     |
|                 | $S_0$     | $S_0$            | $S_{45}$  | $S_{90}$  | $S_{135}$ | $D_0$     | $D_{90}$  | $D_{180}$ | $D_{270}$ |
|                 | $S_{45}$  | $S_{45}$         | $S_{90}$  | $S_{135}$ | $S_0$     | $D_{270}$ | $D_0$     | $D_{90}$  | $D_{180}$ |
|                 | $S_{90}$  | $S_{90}$         | $S_{135}$ | $S_0$     | $S_{45}$  | $D_{180}$ | $D_{270}$ | $D_0$     | $D_{90}$  |
|                 | $S_{135}$ | $S_{135}$        | $S_0$     | $S_{45}$  | $S_{90}$  | $D_{90}$  | $D_{180}$ | $D_{270}$ | $D_0$     |

Die Tabelle zeigt die vollständige Verknüpfungstabelle für die Decktransformationen eines Quadrats.

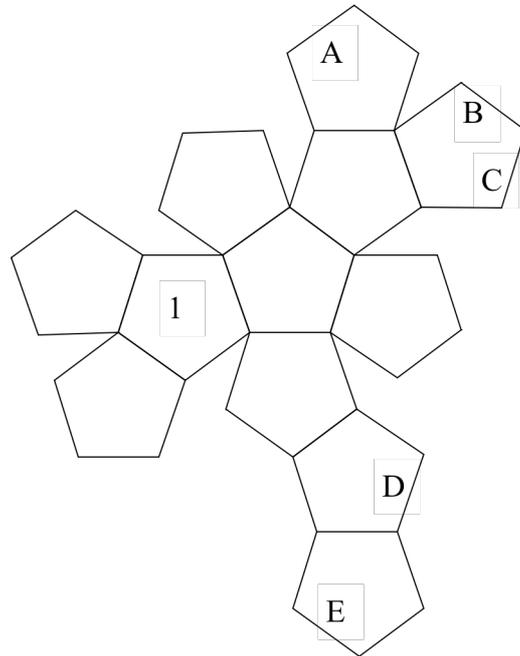
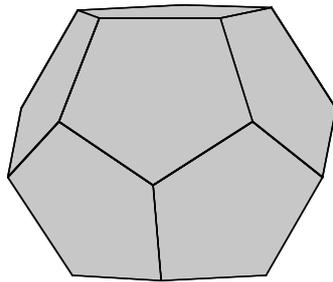
Tragen Sie daran die Eigenschaften einer Gruppe zusammen:

- a. Woran erkennt man in der Tabelle die **Abgeschlossenheit** der Verknüpfung (geschrieben mit dem Zeichen  $\circ$ ) von zwei Transformationen.
- b. Testen Sie stichprobenartig das **Assoziativgesetz** für  $D_0 \circ D_{90} \circ D_{270}$ ,  $S_0 \circ D_{90} \circ S_{45}$ ,  $S_{90} \circ S_0 \circ D_{180}$ ,  $S_0 \circ S_{135} \circ D_{90}$   
Wie viele Gleichungen zum Assoziativgesetz müssten Sie testen, wenn Sie vollständig alle Möglichkeiten durchprobieren wollten?
- c. Welche Transformation ist das **neutrale Element**?
- d. Geben Sie zu jeder Transformation das **inverse Element** an. Welche beiden Transformationen sind nicht zu sich selbst invers?
- e. Bestimmen Sie X in den folgenden Gleichungen  
 $X \circ D_{90} = S_0$     $D_{90} \circ X = S_0$     $D_{180} \circ X \circ D_{90} = S_{45}$
- f. Wie viele Lösungen kann die „quadratische Gleichung“  $X^2 = T$  haben. Unterscheiden Sie alle Fälle dafür, dass T eine Decktransformation des Quadrates ist.

## 2. AUFGABE ZUM RÄUMLICHEN VORSTELLUNGSVERMÖGEN

Die Bilder zeigen das Netz eines Dodekaeders und einen Dodekaeder selbst. Im Netz sind fünf Kanten mit A, B, C, D und E gekennzeichnet und eine Fläche mit 1.

- a. Markieren Sie im Netz die Kante mit A, die an die mit A markierte Kante stößt. Verfahren Sie entsprechend mit B, C und D.
- b. Markieren Sie im Netz die Fläche mit 1, die der mit 1 markierten Fläche gegenüber liegt.



Hausübungen (entfällt für diesen Zettel)

### Extraaufgabe

Die Zeichnung rechts zeigt vier gleich große Münzen. Die Mittelpunkte A, B und C liegen so, dass sie auf den Ecken eines regulären Neunecks liegen. Sie sind befestigt, diese Münzen sind unbeweglich.

Die Münze mit dem Mittelpunkt F rollt an den befestigten Münzen entlang. Um wie viel Grad hat sich die Münze um ihre eigene Achse gedreht, wenn sie so weit weiterbewegt wurde, dass sie gerade Münze B und C berührt (Kreis mit Mittelpunkt F')

