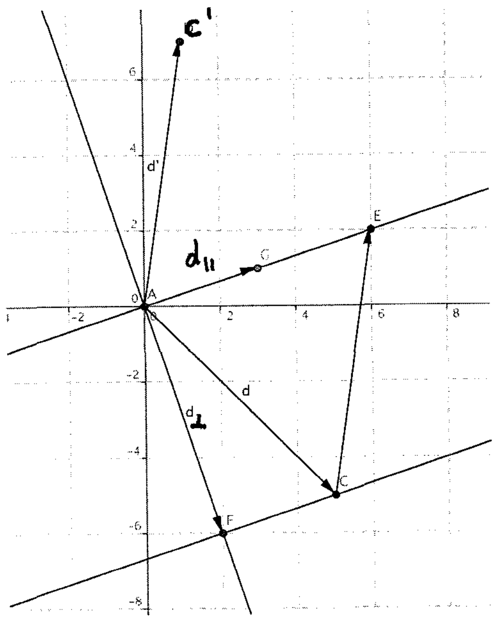
Reimund Albers, Geometrie erleben, SoSe 07

14. Übung

1 a) Die Spiegelachse ist die Gerade $x_2 = \frac{1}{3} x_1$

b)



$$\vec{d}_{\perp} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_{\parallel} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) $$S\vec{d} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & -0{,}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \vec{d}\,'$$

$$\vec{d} - \vec{d}\,' = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix} = 2\,\vec{d}_{\perp}$$

$$\vec{d} + \vec{d}\,' = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\, d_{\parallel}$$

Man erhält jeweils das Doppelte der Komponenten $\vec{d}_{\perp}$ und $\vec{d}_{\parallel}$

d) Die Spiegelachse hat die Steigung $m = \frac{1}{3}$ und verläuft durch $(1; -3)$

$$x_2 + 3 = \frac{1}{3}(x_1 - 1)$$

$$x_2 = \frac{1}{3} x_1 - 3\frac{1}{3}$$

Der Verschiebungsvektor ist $\vec{d}_{\parallel} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) D_{270} $\quad$ D_{90}

S_0 $\quad S_{45}$ $\quad$ S_{90} $\quad D_{180}$

rechtes Bild $\quad$ linkes Bild

---

3. $8 \mid 3^{2n} + 7$

a) Ind. Anfang: $n = 1$ $\quad 3^{2\cdot 1} + 7 = 9 + 7 = 16 \quad 8 \mid 16$ ✓

Induktionsschluss:

Ind. Vorauss.: $8 \mid 3^{2n} + 7$, d.h. es gibt ein $k \in \mathbb{N}$ mit $8k = 3^{2n} + 7$

Ind. Behauptung: $8 \mid 3^{2(n+1)} + 7$

Ind. Beweis:

$$3^{2(n+1)} + 7 = 3^{2n} \cdot 9 + 7 = (3^{2n} \underbrace{+7}_{*}) \cdot 9 \underbrace{-63}_{\text{Korrektur von } *} + 7$$

Induktionsvoraus.

$$= 8k \cdot 9 - 56$$

$$= 8 \underbrace{(9k - 7)}_{\in \mathbb{N}} \quad \text{also durch 8 teilbar}$$

q.e.d.

Damit ist die Aussage für alle $n \in \mathbb{N}$ bewiesen

b) $3^{2n} + 7 = (3^2)^n + 7 = 9^n + 7$ $\quad$ da $9 \equiv 1 \mod 8$ und $7 \equiv -1 \mod 8$

$9^n + 7 \equiv 1^n + (-1) \mod 8$

$\equiv 0 \mod 8$ $\quad$ Also ist $9^n + 7$ durch 8 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}$

---

* „Was nicht passt, wird passend gemacht"