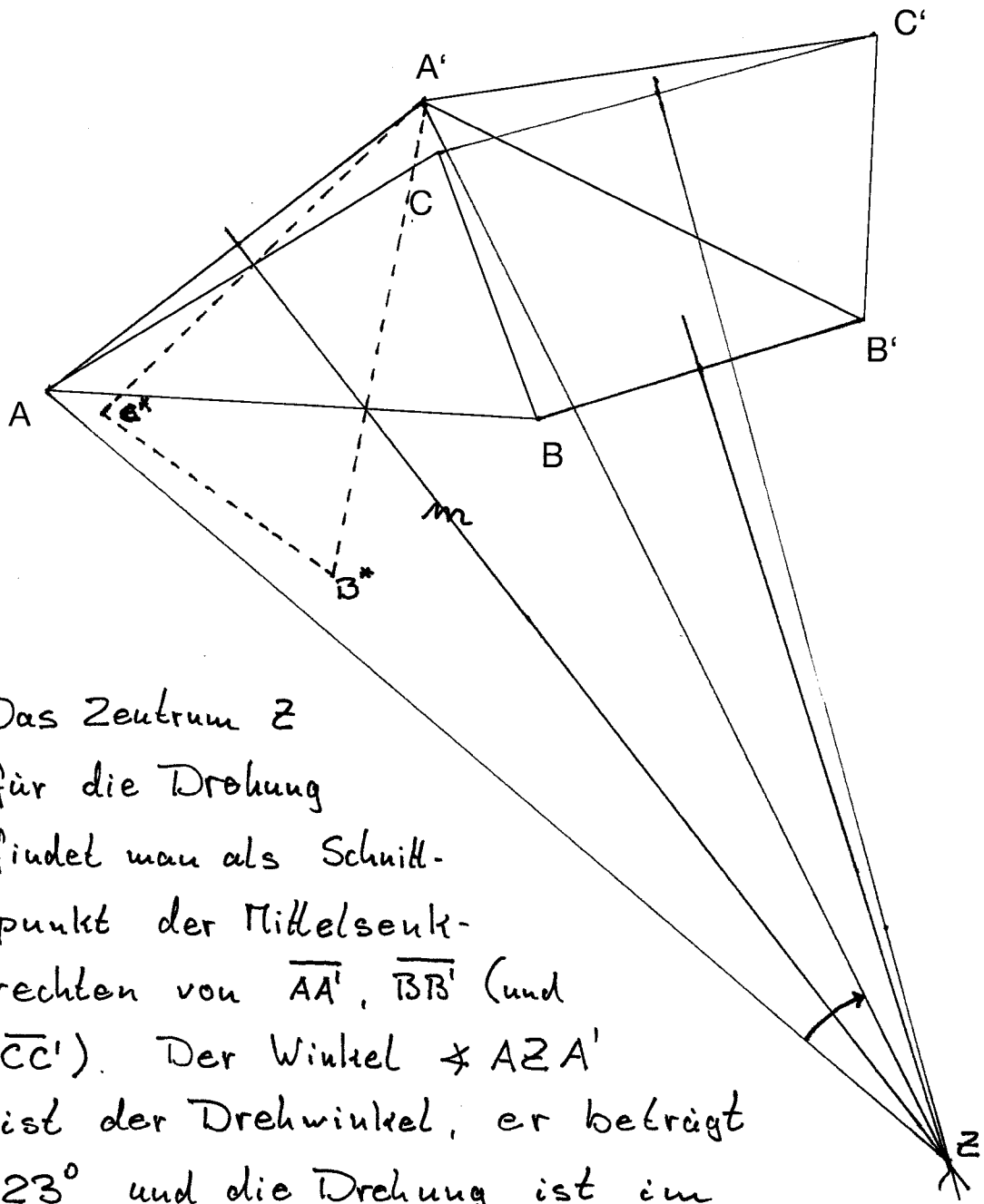


Reimund Albers, Geometrie erleben, SoSe 07

Übung 7, Lösungsskizzen

1.



a) Das Zentrum Z für die Drehung findet man als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ (und $\overline{CC'}$). Der Winkel $\angle AZA'$ ist der Drehwinkel, er beträgt 23° und die Drehung ist im mathematisch negativen Drehsinn

b) Die Drehung kann ersetzt werden durch zwei Spiegelungen, deren Achsen sich in Z schneiden und die einen Winkel von $11,5^\circ$ einschließen. Das sind z.B. die Mittelsenkrechte m von $\overline{AA'}$ und die Gerade ZA' .

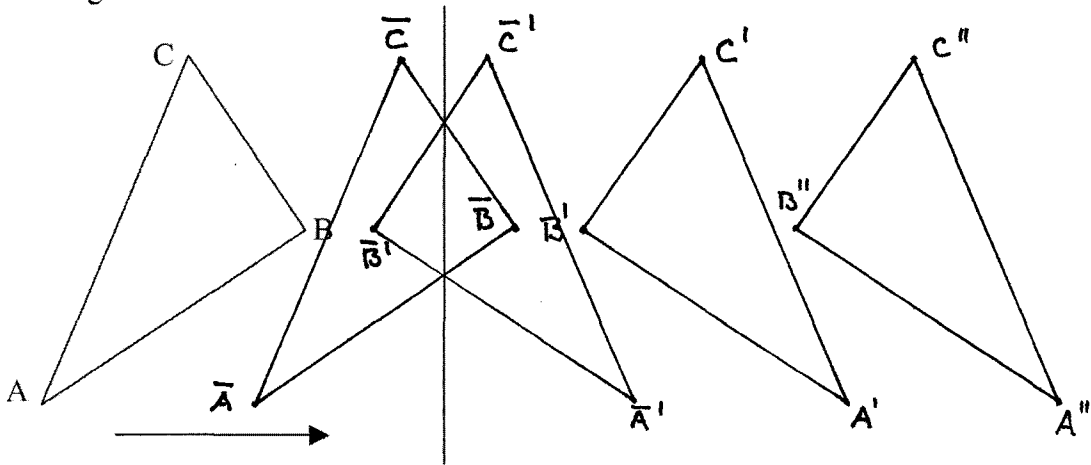
$$\triangle C^*B^*A' = S_m(\triangle ABC)$$

↑ „Zwischendreieck“ (gestrichelt)

HAUSÜBUNGEN

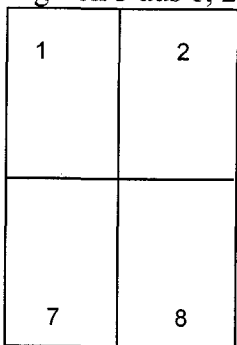
12

zu Aufgabe 2

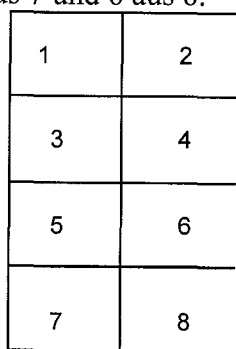


- a) $\triangle ABC \xrightarrow{\text{Spiegelung}} \triangle A'B'C' \xrightarrow{\text{Verschiebung}} \triangle A''B''C''$
 b) $\triangle ABC \xrightarrow{\text{Verschiebung}} \triangle \bar{A}\bar{B}\bar{C} \xrightarrow{\text{Spiegelung}} \triangle A''B''C''$
 Spiegelung und Verschiebung sind hier nicht vertauschbar.

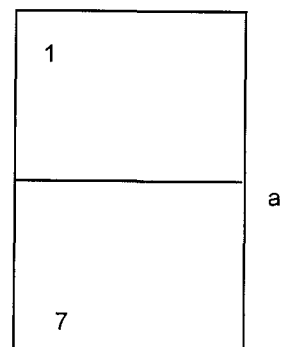
3 a) Die Knicke entstehen in der Reihenfolge a, b und (c1 und c2). c1 und c2 entstehen gleichzeitig. Zuerst wird 1 gespiegelt an a und es entsteht 7. Dann werden 1 und 7 an b gespiegelt und es entstehen 2 und 8. Beim dritten Falten entstehen die Knicke c1 und c2 und die Figuren 3 aus 1, 2 aus 4, 5 aus 7 und 6 aus 8.



b



b



a

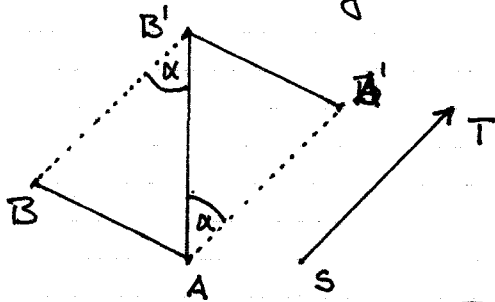
b) Figur 1 wird abgebildet

1. Spiegelung	2. Spiegelung	3. Spiegelung	Bildfigur
b			2
c1			3
b	c1		4
a	c2		5
a	b	c2	6
a			7
a	b		8

c) Zwei Spiegelungen an zwei parallelen Geraden ergeben eine Verschiebung um den doppelten Abstand der beiden Spiegelachsen. Das ist hier der Fall für die Abbildung von 1 nach 5. a und c2 haben einen Abstand von einem Viertel der Blattlänge, also ist die Verschiebung um eine halbe Blattlänge.

Zwei Spiegelungen an zwei sich schneidenden Geraden ergeben eine Drehung um den Schnittpunkt der beiden Geraden. Der Drehwinkel ist doppelt so groß wie der Winkel zwischen der ersten und der zweiten Spiegelungsachse. Das ist der Fall für die Spiegelung von 1 erst an a und dann an b auf die Figur 8. Die Drehung ist um die Blattmitte um 180° . Und für die Spiegelung erst an b und dann an c1 auf Figur 4. Die Drehung ist um den obersten Kreuzungspunkt um 180° . Da sich die Achsen in beiden Fällen senkrecht (90°) kreuzen, ist der Drehwinkel 180° .

4. a) Verschiebung



Vorausss.:

$$AA' \parallel ST(1) \quad |AA'| = |ST|(2)$$

$$BB' \parallel ST(3) \quad |BB'| = |ST|(4)$$

Zeichne die Hilfslinie $\overline{AB'}$

Betrachte $\triangle BAB'$ und $\triangle A'BA$

$$|BB'| = |AA'| \quad \text{wegen (2) und (4)}$$

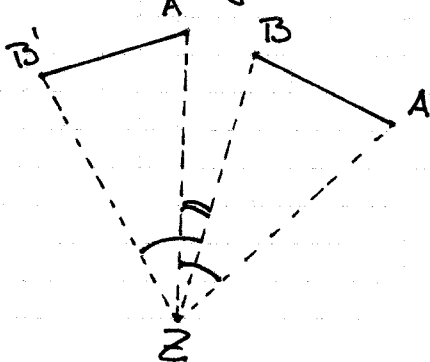
$$|AB'| = |A'B| \quad \text{Tautologie}$$

$$|\sphericalangle BB'A| = |\sphericalangle A'AB| = \alpha \quad \text{Wechselwinkel an Parallelen } AA' \parallel BB' \text{ nach (1) und (3)}$$

$$\triangle BAB' \cong \triangle A'BA \quad \text{nach SWS}$$

Folglich gilt: $|AB| = |A'B|$ q.e.d.

b) Drehung



Vorausss.:

$$|ZB| = |ZB'| \quad (1) \quad |ZA| = |ZA'| \quad (2)$$

$$|\sphericalangle AZA'| = |\sphericalangle BZB'| = \delta \quad (3)$$

Betrachte

4

$\triangle ABZ$ und $\triangle A'B'Z$

$$|AZ| = |A'Z| \quad \text{wegen (2)}$$

$$|BZ| = |B'Z| \quad \text{wegen (1)}$$

$$|\sphericalangle AZB| = |\sphericalangle A'ZB'| = \delta \pm |\sphericalangle BZA'| \quad \text{wegen (3)}$$

↑
je nach Lage von B und A' zueinander

$\triangle ABZ \cong \triangle A'B'Z$ nach SWS

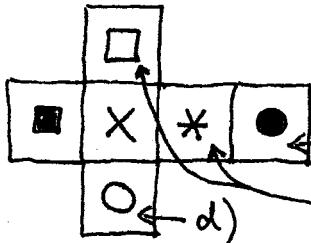
Folglich gilt: $|AB| = |A'B'|$ q.e.d.

5. Räumliches Vorstellungsvermögen

Durch „Aufklappen“ der sichtbaren drei Flächen findet man: Zum Netz ① gehören:

a) e) f) h)

Also gehören zu ②: b) c) d) g)



1. Würfel d) liefert \square

2. Würfel c) liefert \bullet

3. Würfel b) liefert $\square, *$