

Übung 6, Lösungsskizzen

Präsenzübungen

1a) Abgeschlossenheit

Als Verknüpfungsergebnis tauchen keine neuen Transformationen auf, sondern nur die 8 vorgegebenen

$$\begin{aligned} \text{b) } (D_0 \circ D_{90}) \circ D_{270} &= D_{90} \circ D_{270} = D_0 \quad \checkmark \\ D_0 \circ (D_{90} \circ D_{270}) &= D_0 \circ D_0 = D_0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S_0 \circ D_{90}) \circ S_{45} &= S_{45} \circ S_{45} = D_0 \quad \checkmark \\ S_0 \circ (D_{90} \circ S_{45}) &= S_0 \circ S_0 = D_0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S_{90} \circ S_0) \circ D_{180} &= D_{180} \circ D_{180} = D_0 \quad \checkmark \\ S_{90} \circ (S_0 \circ D_{180}) &= S_{90} \circ S_{90} = D_0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S_0 \circ S_{135}) \circ D_{90} &= D_{270} \circ D_{90} = D_0 \quad \checkmark \\ S_0 \circ (S_{135} \circ D_{90}) &= S_0 \circ S_0 = D_0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

für das Assoziativgesetz ist
nicht notwendig, dass immer
das neutrale Element herauskommt,
sondern dass beide Klammernungen
das gleiche Ergebnis liefern.

c) D_0 ist das neutrale Element

$$\text{d) } D_{90}^{-1} = D_{270} \quad D_{270}^{-1} = D_{90}$$

alle anderen Elemente sind zu sich selbst

invers also $D_{180}^{-1} = D_{180}$, $S_0^{-1} = S_0$, ...

$$\text{e) } X \circ D_{90} = S_0 \quad | \circ D_{90}^{-1}$$

$$X = S_0 \circ D_{90}^{-1} = S_0 \circ D_{270} = \underline{\underline{S_{135}}}$$

$$D_{90} \circ X = S_0 \quad | D_{90}^{-1} \circ$$

$$X = D_{90}^{-1} \circ S_0 = D_{270} \circ S_0 = \underline{\underline{S_{45}}}$$

$$D_{180} \circ X \circ D_{90} = S_{45} \quad | \circ D_{90}^{-1}$$

$$D_{180} \circ X = S_{45} \circ D_{90}^{-1} \quad | D_{180}^{-1} \circ$$

$$\begin{aligned}
 X &= D_{130}^{-1} \circ S_{45} \circ D_{90}^{-1} \\
 &= D_{130} \circ S_{45} \circ D_{270} \\
 &= S_{135} \circ D_{270} \\
 &= \underline{\underline{S_{90}}}
 \end{aligned}$$

Probe: $D_{130} \circ S_{90} \circ D_{90} = S_0 \circ D_{80} = S_{45} \checkmark$

f) $X^2 = T$

X^2 steht als Ergebnis immer in der Diagonalen der Verknüpfungstafel.

Also gilt

i) $T = D_0 \Rightarrow X \in \{D_0, D_{130}, S_0, S_{45}, S_{90}, S_{135}\}$

also 6 Lösungen

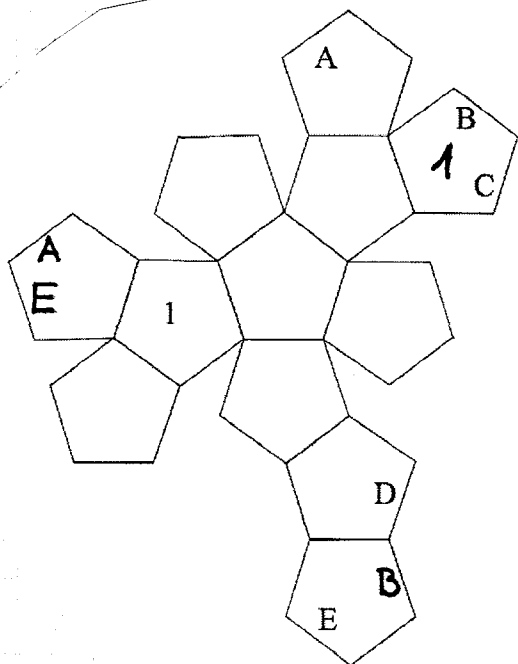
ii) $T = D_{130} \Rightarrow X \in \{D_{90}, D_{270}\}$

also 2 Lösungen

iii) $T \in \{D_{90}, D_{270}, S_0, S_{45}, S_{90}, S_{135}\}$

\Rightarrow keine Lösung für X

2.



C und D stoßen zusammen