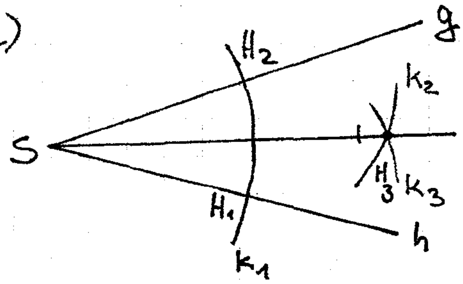
Reimund Albers, Geometrie erleben, Modul EM1.2

2. Übung, Lösungsskizzen

PRÄSENZÜBUNGEN

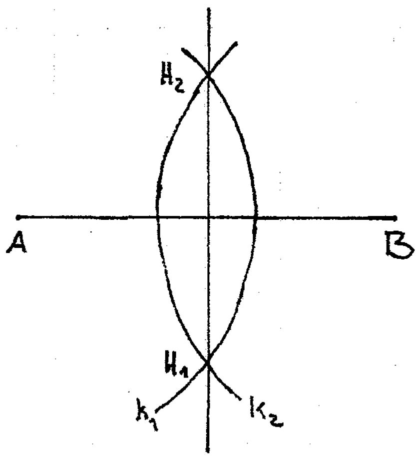
1. a)



1. Kreis um S mit r_1 beliebig $\to k_1$
2. $H_1 = k_1 \cap h$, $H_2 = k_1 \cap g$
3. Kreis um H_1 mit r_2 beliebig $\to k_2$
   Kreis um H_2 mit r_2 $\to k_3$
4. $H_3 = k_2 \cap k_3$

SH_3 ist die gesuchte Winkelhalbierende

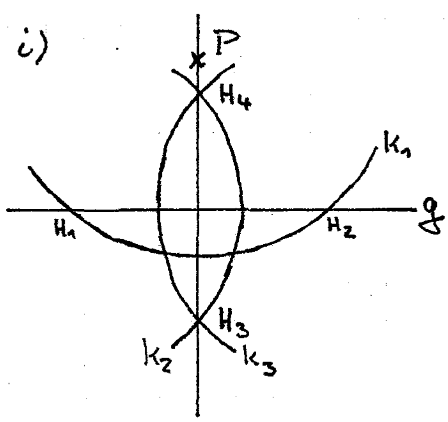
b)



1. Kreis um A mit r_1 beliebig* $\to k_1$
2. Kreis um B mit r_1 $\to k_2$

   * aber $r_1 > \frac{1}{2}|AB|$
3. $k_1 \cap k_2 = \{H_1, H_2\}$
4. H_1H_2 ist die gesuchte Mittelsenkrechte

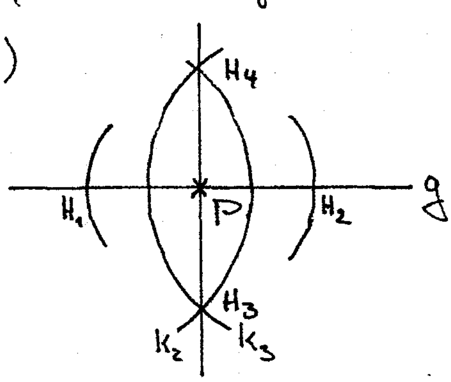
c) i)



1. Kreis um P mit r_1 beliebig, aber $r_1 > d(P, g)$
2. $g \cap k_1 = \{H_1, H_2\}$
3. Kreis um H_1 mit $r_2 > \frac{1}{2}|H_1H_2| \to k_2$
4. Kreis um H_2 mit $r_2 \to k_3$
5. $k_2 \cap k_3 = \{H_3, H_4\}$

H_3H_4 ist das gesuchte Lot durch P

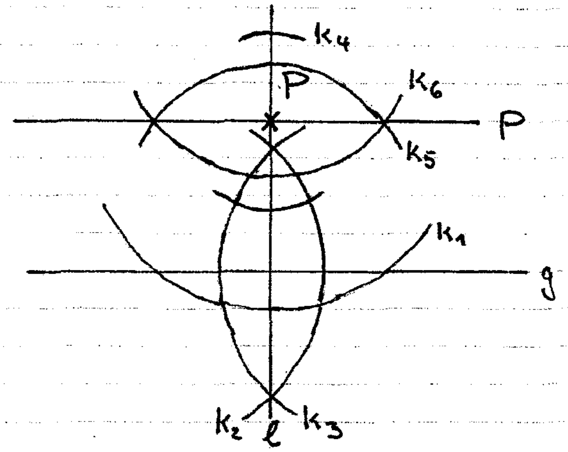
ii)



1. Kreis um P mit r_1 beliebig $\to k_1$
2. $g \cap k_1 = \{H_1, H_2\}$

Schritte 3. - 5. wie oben bei c) i)

1d)



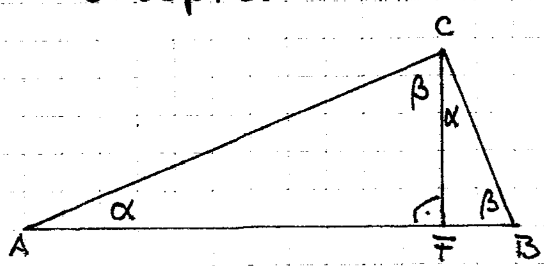
1. Man konstruiert das Lot durch P, senkrecht zu g (Kreise k_1, k_2, k_3) Lot l

2. Man konstruiert das Lot durch P, senkrecht zu l (Kreise k_4, k_5, k_6) Lot p

~~Das~~ Die Gerade p ist die gesuchte ~~Gerade~~ Parallele

2

a) Nach dem Satz über ähnliche Dreiecke genügt es, zu zeigen, dass entsprechende Winkel gleich groß sind.



Da $|\sphericalangle ACB| = 90°$, gilt

$\alpha + \beta = 90°$

α liegt auch im ΔAFC

und $|\sphericalangle CFA| = 90° \Rightarrow |\sphericalangle ACF| = \beta$

$\Rightarrow |\sphericalangle FCB| = 90° - \beta = \alpha$

Damit sind in den drei Dreiecken ΔABC, ΔAFC und ΔFBC die Winkel α, β und $90°$ groß.

$\Rightarrow$ Sie sind ähnlich

b) $\Delta ABC \sim \Delta AFC$ | $\Delta ABC \sim \Delta FBC$

$$\frac{a}{h} = \underbrace{\frac{b}{q} = \frac{c}{b}}_{b^2 = c \cdot q} \qquad \frac{a}{p} = \frac{b}{h} = \frac{c}{a} \Rightarrow a^2 = c \cdot p$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot p + c \cdot q = c(p+q) = c \cdot c$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

q.e.d.

3. a) Auswahl von 2 aus 6 ohne Wiederholung, ohne Berücksichtigung der R.

$\Rightarrow \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ verschiedene Aufg.

b) Gegeben: $p = 2\,cm \quad q = 8\,cm$

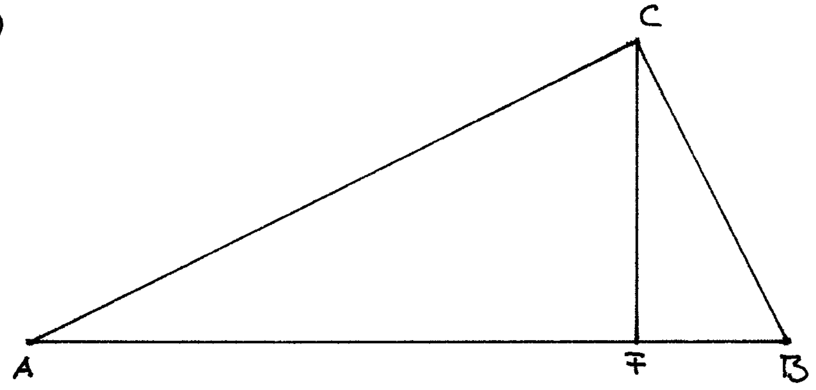
$\Rightarrow \quad c = p + q = 10\,cm$

$h^2 = p \cdot q = 16\,cm^2 \quad \Rightarrow \quad h = 4\,cm$

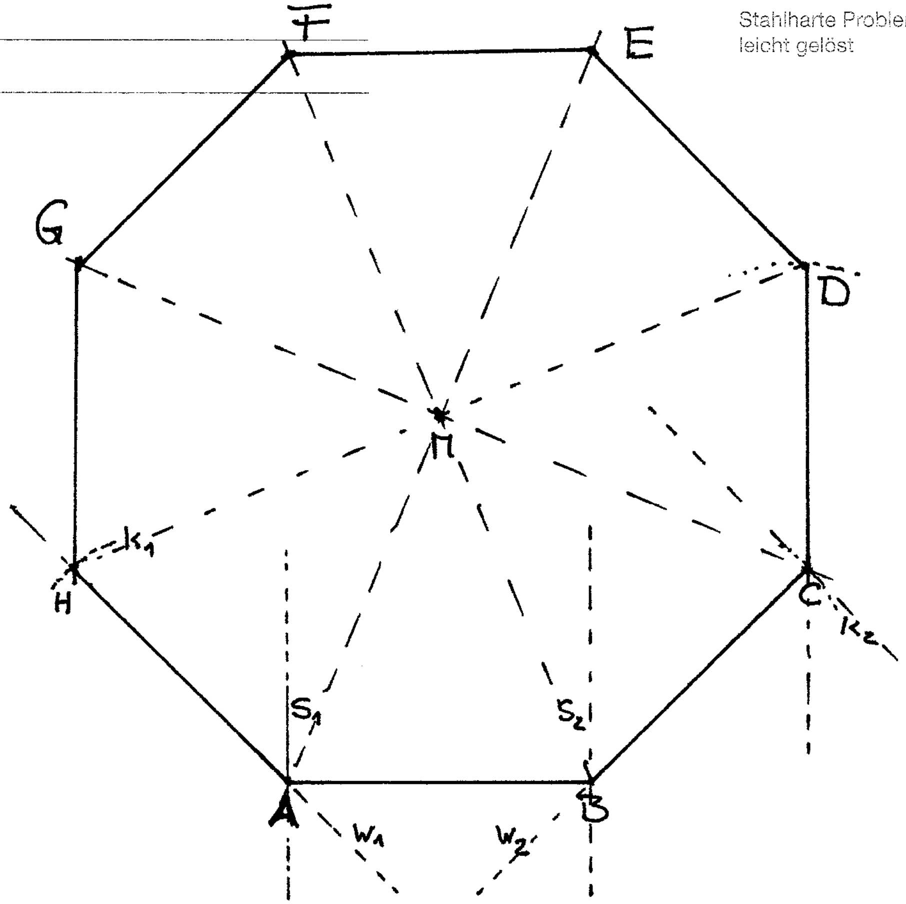
$a^2 = c \cdot p = 20\,cm^2 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{20}\,cm = 2 \cdot \sqrt{5}\,cm$
$\approx 4{,}47\,cm$

$b^2 = c \cdot q = 80\,cm^2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt{80}\,cm = 4 \cdot \sqrt{5}\,cm$
$\approx 8{,}94\,cm$

c)



4. 1. Senkrechte zu AB durch A $\rightarrow s_1$
2. Winkelhalb. zum Winkel $\sphericalangle s_1, AB \rightarrow w_1$
3. Kreis um A mit Radius $|AB| \rightarrow k_1$
4. Schnitt von w_1 mit $k_1 \rightarrow H$
5. Senkrechte zu AB durch B $\rightarrow s_2$
6. Winkelhalb. zum Winkel $\sphericalangle AB, s_2 \rightarrow w_2$
7. Kreis um B mit Radius $|AB| \rightarrow k_2$



8. Schnitt von w_2 mit k_2 → C

9.–12. wie 5.–8. im Punkt C → D

13. Mittelpunkt von $\overline{HD}$ → M

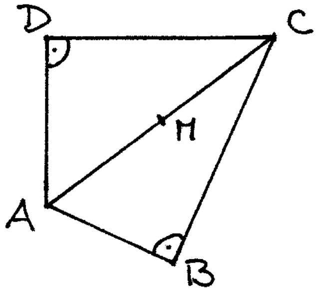
14. Kreis um M mit Radius $|MA|$ → k_4

15. Schnitt von AM mit k_4 → E

16. Schnitt von BM mit k_4 → F

17. Schnitt von CM mit k_4 → G

5 a) Sicheres Vorgehen:
Man zeichnet einen Kreis, legt drei Punkte auf den Kreis und den vierten nicht auf den Kreis.

b) 

Man zeichnet die Diagonale $\overline{AC}$ und deren Mittelpunkt M. Der Kreis um M mit dem Radius $|MA|$ ist sowohl für den rechten Winkel bei B als auch bei D der Thaleskreis, Durchmesser ist $\overline{AD}$. Also liegen alle vier Punkte auf diesem Kreis.

6. Jede Körperecke enthält genau eine Fünfeck-Ecke $\quad 12 \cdot 5 = \underline{\underline{60 \text{ Ecken}}}$
An jede Kante stößt ein Sechseck, also 60 Sechsecke. So wird aber jedes Sechseck drei Mal gezählt, also $\underline{\underline{20 \text{ Sechsecke}}}$

Flächenkanten:
$$\begin{array}{rl} 20 \cdot 6 = 120 & \text{(Sechsecke)} \\ 12 \cdot 5 = \underline{\quad 60} & \text{(Fünfecke)} \\ 180 & \end{array}$$

Da je zwei Flächenkanten eine (Körper-)Kante bilden, gibt es $\underline{\underline{90 \text{ Kanten}}}$