Sommersemester 2007
Dr. Reimund Albers

☐ **Modulabschlussklausur für Bachelor (FBW)**
Modul Elementarmathematik 1 (EM1)

oder

☐ **Leistungsscheinklausur**
(Stoffgebiet 1 Grundlagen oder Stoffgebiet 3 Geometrie)

Name:________________________________ Mat.Nr.:__________________

Spezialisierung auf ☐ P oder ☐ SI
bitte ankreuzen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
maximal	7	7	12	6	6	3	41
erreicht							

Zugelassene Hilfsmittel:
2 Blatt (doppelseitig) = 4 Seiten (einseitig) eigene Aufzeichnungen,
Taschenrechner, Geodreieck, Zirkel

Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis aus.

Wiederholung EM1

SoSe 07

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Verknüpfen von Spiegelungen (konstruktiv)
   a. Auf dem beigelegten Arbeitsblatt ist das Dreieck ABC und das Dreieck A*B*C* gezeichnet. Es gilt: $\triangle ABC \cong \triangle A^*B^*C^*$. Da der Umlaufsinn vom Dreieck A*B*C* verschieden ist von dem des Dreiecks ABC, gibt es drei Spiegelungen, deren Verknüpfung das Dreieck ABC auf das Dreieck A*B*C* abbildet. Zeichnen Sie in das Arbeitsblatt die Achsen a, b und c von drei Spiegelungen ein, so dass $S_c \circ S_b \circ S_a$ das Dreieck ABC auf das Dreieck A*B*C* abbildet.

      Bedingungen: Die zweite Spiegelachse b soll senkrecht zur Dreiecksseite $\overline{A^*B^*}$ sein. Beschreiben Sie, wie Sie die Achsen a, b und c festgelegt/konstruiert haben.

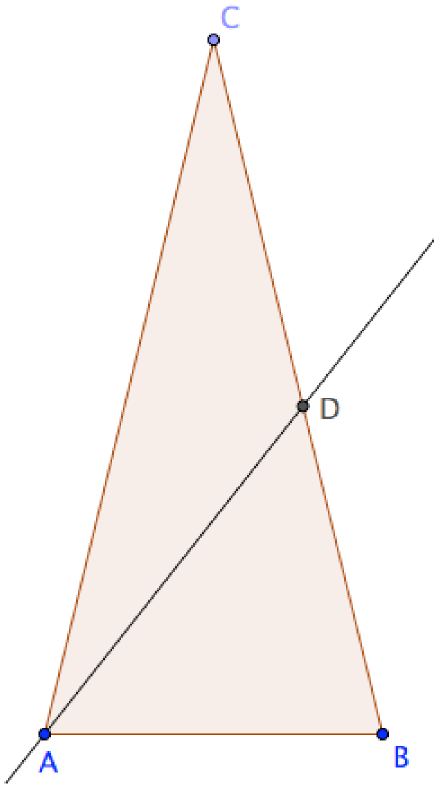
2. Abbildungsmatrizen und Trigonometrie
   Gegeben ist die Matrizengleichung
   $$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
   a. Rechnen Sie das Matrizenprodukt der linken Seite aus.
   b. Welche Bedingung(en) gelten durch die Gleichung für α und β? Beschränken Sie sich bei den Betrachtungen auf $0° \le \alpha, \beta < 360°$.
   c. Interpretieren Sie die Gleichung und Ihr Ergebnis in b geometrisch: Für welche Abbildungen stehen die Matrizen? Was bedeutet die Matrizenmultiplikation? Wie ist in diesem Zusammenhang Ihr Ergebnis in b zu interpretieren?

3. Gegeben sind die Spiegelung S durch die Abbildungsmatrix $\begin{pmatrix} -0{,}6 & 0{,}8 \\ 0{,}8 & 0{,}6 \end{pmatrix}$ und

   die Verschiebung V durch den Verschiebungsvektor $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$
   a. Schreiben Sie die Abbildungsgleichung auf für jeweils folgende Abbildung
      i) Nur die Spiegelung S
      ii) Nur die Verschiebung V
      iii) Die Verkettung von erst der Spiegelung S und dann die Verschiebung V
      iv) Die Verkettung von erst der Verschiebung V und dann die Spiegelung S
   b. Bestimmen Sie zur Spiegelung S die Spiegelungsgerade. Machen Sie deutlich, wie ihr **Lösungsweg** aussieht.
   c. Zeichnen Sie die Spiegelungsachse für S und den Verschiebungsvektor für V in ein Achsenkreuz. Lösen Sie die Verschiebung in zwei Spiegelungen auf und zeichnen Sie die zugehörigen Spiegelungsachsen ein.
   d. Erläutern Sie, was für eine Abbildung (Spiegelung, Drehung oder Verschiebung) Sie unter a.iii) erhalten und charakterisieren Sie möglichst genau diese Abbildung.

4. Winkelbestimmungen

   In der Abbildung ist das gleichschenklige Dreieck ABC (|AC| = |BC|) durch die Gerade AD in zwei Teildreiecke zerlegt, die auch gleichschenklige Dreiecke sind (|AD| = |DC| und |AB| = |BD|). Diese Eigenschaften bestimmen die Größe der Winkel eindeutig. Berechnen Sie die Winkelgrößen (in Grad).

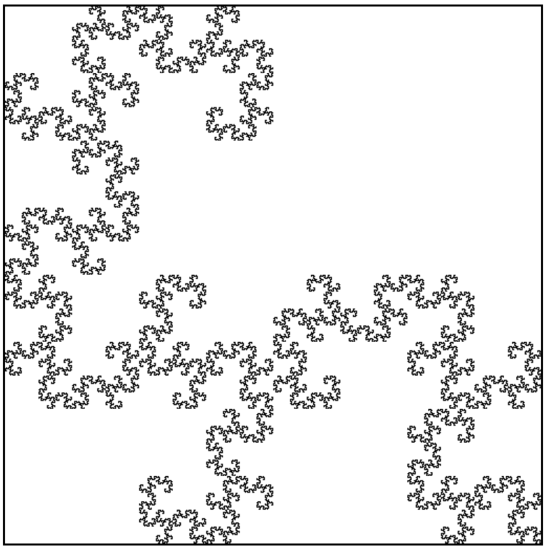


5. Vollständige Induktion
   Beweisen Sie mit vollständiger Induktion

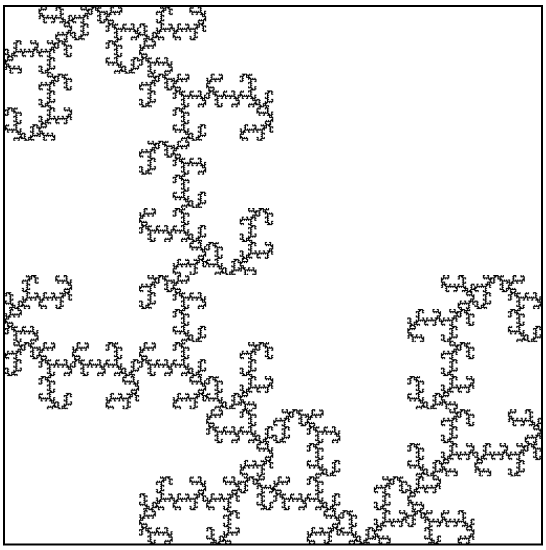
   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^i} = 1 - \frac{1}{2^n}$

6. Geben Sie für die folgenden Fraktale die drei Abbildungen an, die zu ihrer Erzeugung verwendet wurden.

   a.



   b.



zu Aufg. 1 a. Name: ___________________________