Sommersemester 2007 Geometrie erleben
Dr. Reimund Albers

☐ Modulabschlussklausur für Bachelor (FBW)
Modul Elementarmathematik 1 (EM1)

oder

☐ Leistungsscheinklausur
(Stoffgebiet 1 Grundlagen oder Stoffgebiet 3 Geometrie)

Name:______________________________ Mat.Nr.:__________________

Spezialisierung auf ☐P oder ☐SI
bitte ankreuzen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
maximal	5	9	5	6	7	6	38
erreicht							

Endsumme: ☐

Zugelassene Hilfsmittel:
2 Blatt = 4 Seiten eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner

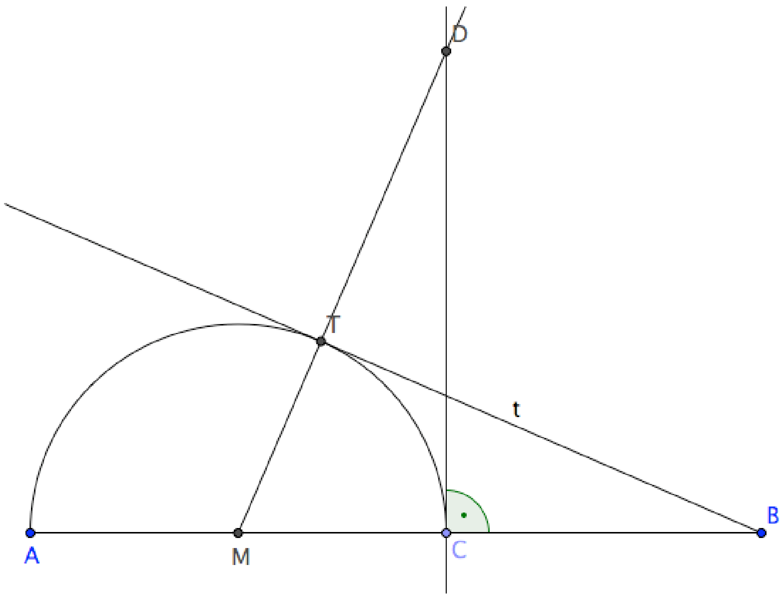
Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis und die Immatrikulationsbescheinigung aus.

SoSe
07

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Beweis

   Auf der Strecke $\overline{AB}$ liegt der Punkt C. In C ist die Senkrechte zur Strecke $\overline{AB}$ gezeichnet. Über der Strecke $\overline{AC}$ ist der Halbkreis mit dem Mittelpunkt M gezeichnet. t ist die Tangente von B an den Halbkreis, sie berührt ihn in T. Der Strahl MT schneidet die Senkrechte in D. Beweisen Sie, dass die Strecke $\overline{MB}$ genau so lang ist wie die Strecke $\overline{MD}$.



2. Verknüpfen von Kongruenzabbildungen (geometrisch)
   Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sehen Sie das Dreieck ABC und das dazu (gegensinnig) kongruente Dreieck A*B*C*. Finden Sie drei Spiegelachsen a, b und c, so dass die Verknüpfung der drei Spiegelungen $S_c \circ S_b \circ S_a$ das Dreieck ABC auf das Dreieck A*B*C* abbildet und folgende **beiden** Bedingungen erfüllt sind:
   - eine der drei Spiegelachsen stimmt mit der gegebenen Geraden überein (ob es a, b oder c ist, bestimmen Sie).
   - eine der drei Spiegelachsen ist zu dieser gegebenen Geraden senkrecht.

   a. Führen Sie die drei Spiegelungen nacheinander durch und zeichnen Sie die Zwischenbilder.
   b. Beschreiben Sie, wie Sie die drei Achsen a, b und c gefunden haben.
   c. Ist Ihre Lösung die einzig mögliche oder gibt es weitere?

3. Trigonometrie
   Leiten Sie für $\cos 3\alpha$ eine Formel her, in der als Winkelfunktionen nur $\cos\alpha$ und Potenzen davon vorkommen (in der Formel darf also insbesondere **nicht** $\sin\alpha$ vorkommen.)
   Testen Sie Ihre Formel für $\alpha = 30°$.

4. Vollständige Induktion
   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $7 \mid 3^{2n} - 2^n$
   Beweisen Sie die Aussage mit vollständiger Induktion.

5. Aufstellen von Abbildungsgleichungen (analytisch).

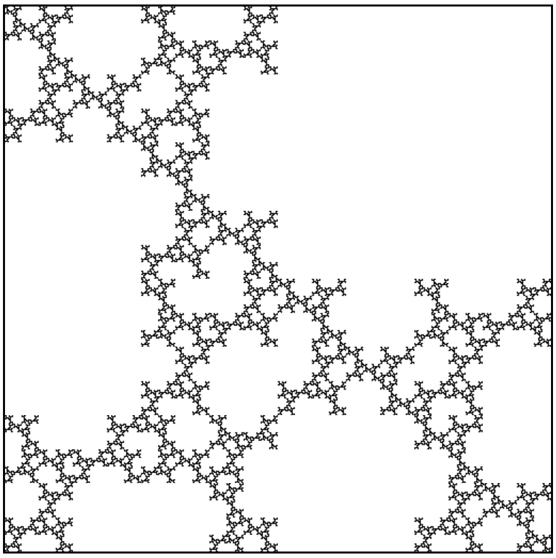
Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $x_2 = \frac{2}{3}x_1$. Es geht in der Aufgabe darum, die Abbildungsgleichung für die Spiegelung an g aufzustellen.

a. Wählen Sie auf den Koordinatenachsen für eine Einheit 13 Kästchen. Spiegeln Sie die Basisvektoren an der Geraden g und stellen Sie so die Gleichung für die Spiegelung an g auf.
*Orientieren Sie sich an den Kästchen, Sie können so ein exaktes Ergebnis ohne Rundungsfehler erhalten. Rechnen Sie mit Brüchen, **nicht** mit Dezimalzahlen.*

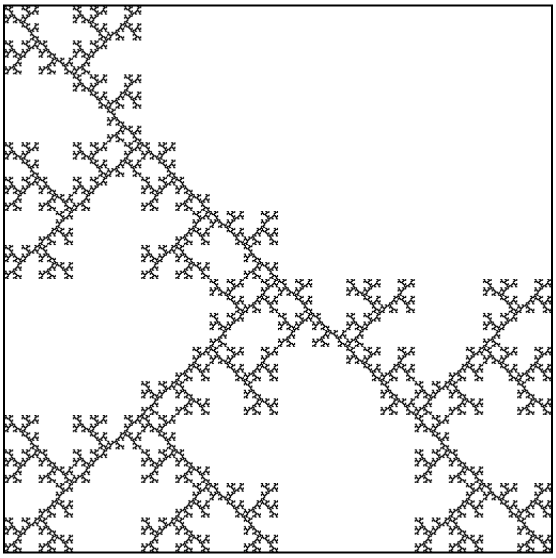
b. Spiegeln Sie den Punkt $P\left(\frac{8}{13},\frac{1}{13}\right)$
- rein zeichnerisch
- rein rechnerisch mit der in a) gefundenen Abbildungsgleichung
und machen Sie so die Probe.

6. Analysieren von Fraktalen

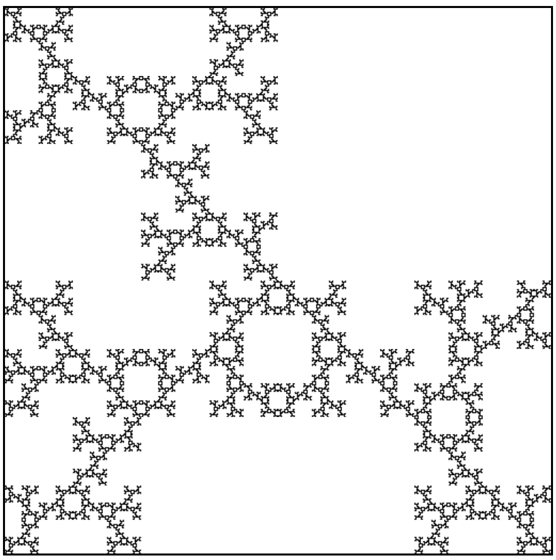
a.



b.



c.



d. In meiner Fraktalesammlung habe ich die Bilder nach den erzeugenden Abbildungen durchnummeriert: D0, D90, D180, D270, S0, S45, S90, S135.
Nr. 0 ist D0|D0|D0,
Nr. 1 ist D0|D0|D90,
Nr. 2 ist D0|D0|D180
Nr. 3 ist D0|D0|D270
Nr. 4 ist D0|D0|S0 und so zähle ich hoch nach dem Tachoprinzip - S135 ist die letzte Abbildung, dann gibt es einen Übertrag nach links und ich beginne mit D0.
Welche Nr hat in diesem System das Fraktal zu D270|S0|S45?