Sommersemester 2006
Reimund Albers

Geometrie erleben

# 11. Übung
## Abbildungsgleichungen, Matrizenmultiplikation

### Präsenzübungen (für 4./5.7.)

1. Gegeben sind die drei Spiegelungen
   $S_1$: Spiegelung an der $x_1$-Achse
   $S_2$: Spiegelung an der Geraden durch O, die mit der $x_1$-Achse einen Winkel von 30° einschließt
   $S_3$: Spiegelung an der Geraden durch O, die mit der $x_1$-Achse einen Winkel von 45° einschließt
   Überlegen Sie, welche Teilaufgaben wechselseitige Kontrollen der Ergebnisse zulassen.
   a. Stellen Sie für die drei Spiegelungen die drei Abbildungsgleichungen auf.
   Die drei Abbildungen werden verkettet in der Reihenfolge: erst $S_1$, dann $S_2$, dann $S_3$.
   b. Berechnen Sie für P(4;2) schrittweise die Bildpunkte P'=S1(P), P''=S2(P'), P'''=S3(P").
   c. Konstruieren Sie schrittweise die Bildpunkte mit dem Geodreieck und lesen Sie die Koordinaten der Punkte ab.
   d. Konstruieren Sie die Achse a der Spiegelung S4, die P unmittelbar auf P''' abbildet.
   e. Begründen Sie, warum die Achse a durch den Ursprung O gehen muss.
   f. Messen Sie den Winkel zwischen a und der x1-Achse und berechnen Sie mit diesem Winkel die Matrix der Spiegelung S4.
   Berechnen Sie durch Matrizenmultiplikation die Matrix der Spiegelung $S_4$..

### Hausübungen (Abgabe: Fr, 7.7.)

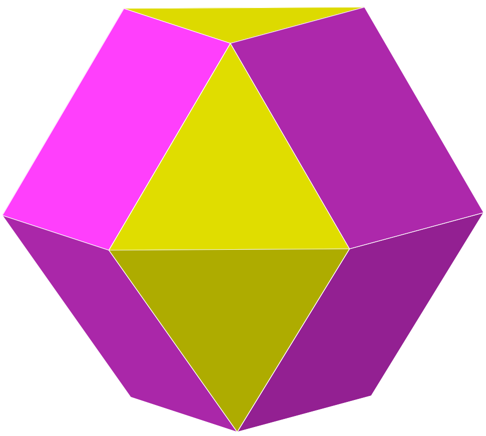
2. Gegeben ist die Abbildung $S$ mit der Gleichung $\vec{x}\,' = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & -0{,}8 \end{pmatrix} \vec{x}$ und die Verschiebung $T$ mit dem Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.
   a. Begründen Sie, dass die oben angegebene Matrix zu einer Spiegelung gehört und bestimmen Sie mit dem Taschenrechner und inversen trigonometrischen Funktionen den Winkel, den die Spiegelungsachse mit der $x_1$-Achse einschließt.
   b. Bestimmen Sie jeweils die Abbildungsgleichung für die Abbildungen $S \circ T$ und $T \circ S$.
   c. Setzen Sie voraus, dass der Vektor zu T senkrecht zur Spiegelachse von S ist (siehe f). Begründen Sie dann rein geometrisch, dass sowohl $S \circ T$ als auch $T \circ S$ eine Achsenspiegelung ist. Geben Sie jeweils die Spiegelungsachse an und machen Sie Ihren Lösungsweg deutlich.
   d. Für $S \circ T$: Bilden Sie die Punkte A(-1; 3) und B(2; -2) ab und zeichnen Sie Ur- und Bildpunkte in ein Achsenkreuz. Bestimmen Sie aus der Zeichnung die Spiegelungsachse. Vergleichen Sie diese mit der Lösung aus c.
   e. Für $T \circ S$: Bilden Sie die Punkte A(-1; 3) und B(2; -2) ab und zeichnen Sie Ur- und Bildpunkte in ein Achsenkreuz. Bestimmen Sie aus der Zeichnung die Spiegelungsachse. Vergleichen Sie diese mit der Lösung aus c.

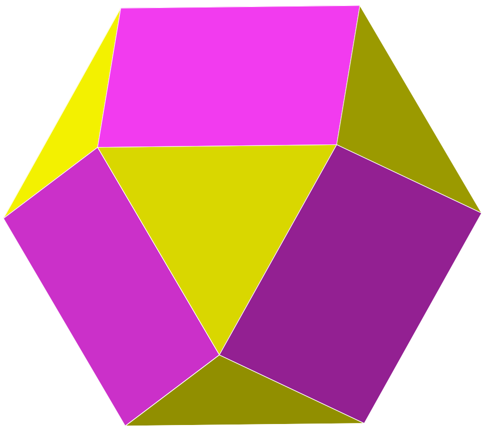
f. Weisen Sie exakt nach, dass der Vektor zu $T$ senkrecht zur Spiegelachse von $S$ ist.

3. Gegeben ist die Abbildungsgleichung $\vec{x}\,' = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,4 \\ 0,4 & -0,9 \end{pmatrix} \vec{x}$ . Geben Sie drei verschiedene Begründungen/Lösungswege an, warum die zugehörige Abbildung **nicht** eine Spiegelung sein kann.

4. Wiederholung
   a. Rechnen Sie $2A35_{11}$ in eine „normale" Zahl, d.h. ins Zehnersystem, um.
   b. Wie können Sie ohne die Umwandlung (in a.) feststellen, dass die Zahl durch $A_{11}=10_{10}$ teilbar ist?
   c. Erläutern und begründen Sie die Teilbarkeitsregel: „Im Elfersystem gilt: Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 4 teilbar ist."

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen
   Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren





Die beiden Bilder sind zwei Ansichten desselben Körpers. Aus wie vielen Flächen welcher Art ist er zusammengesetzt? Wie viele Ecken und Kanten hat er?

Extraaufgabe (auf <u>extra</u> Zettel an Herrn Albers)

Olympiade-Aufgabe 350936 (9. Klasse, 3. Runde)
Über ein Viereck ABCD werde vorausgesetzt:

(1) Es gibt einen Kreis k, auf dem alle vier Punkte A, B, C, D liegen.
(2) Die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ sind senkrecht zueinander.

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen stets die nachstehende Aussage folgt:
Das Lot vom Mittelpunkt M der Seite $\overline{AB}$ auf die Seite $\overline{CD}$ geht durch den Schnittpunkt S der Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$.