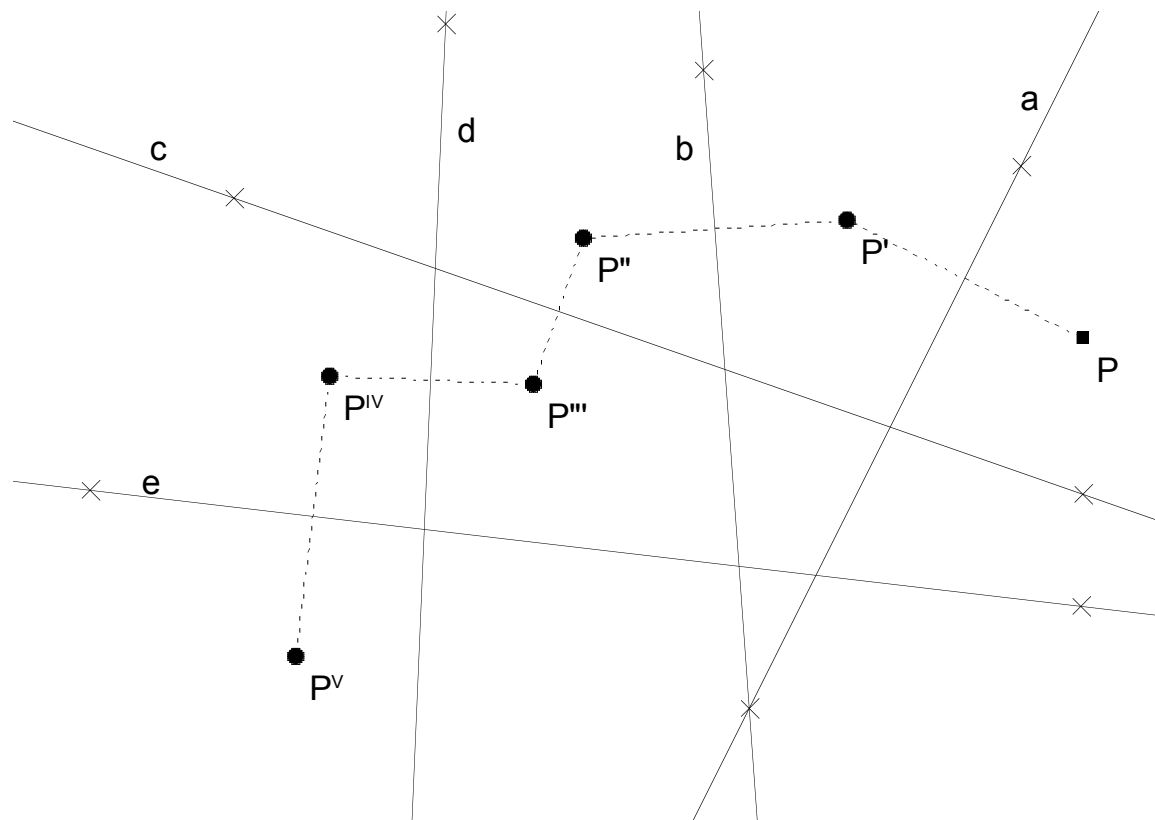


## 7. Übung Verknüpfung von Spiegelungen

Präsenzübungen (für 6./7.6.)

1.



Die Abbildung zeigt 5 Geraden a, b, c, d und e und die Spiegelung eines Punktes P an diesen in dieser Reihenfolge. Also  $(S_e \circ S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a)(P) = P^V$ .

Vereinfachen Sie diese Verknüpfung von 5 Geradenspiegelungen zu einer Verknüpfung von 3 Geradenspiegelungen. Machen Sie anschließend die Probe mit dem Punkt P.

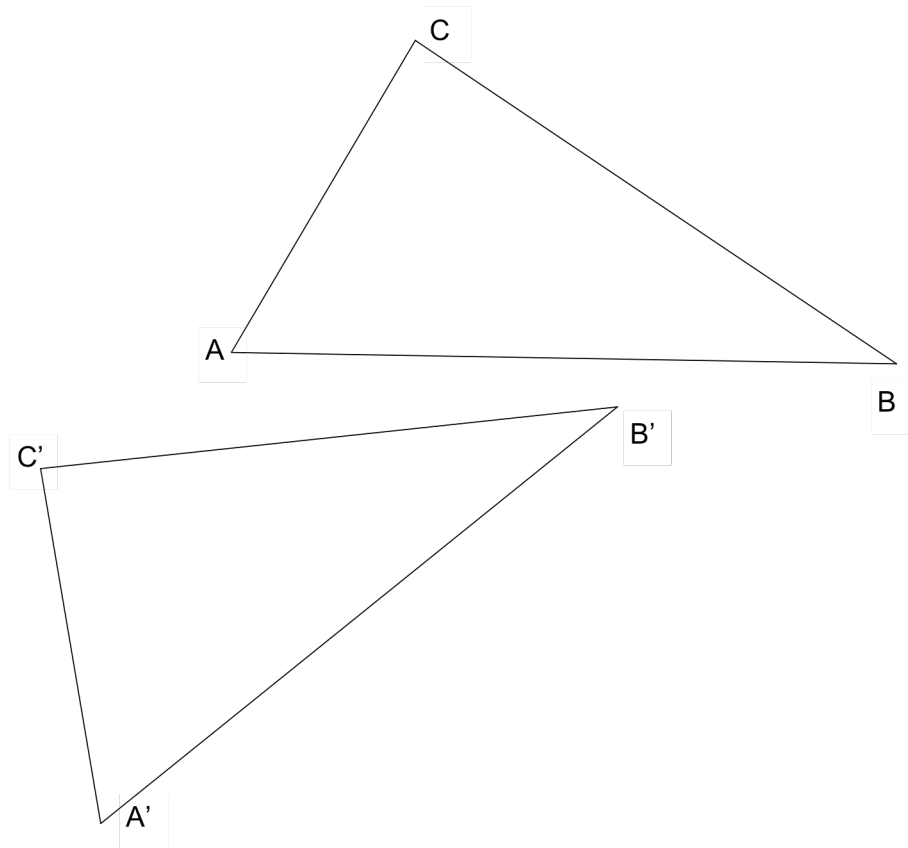
Lösen Sie anschließend die Aufgabe auf eine andere Weise und machen Sie wieder die Probe für P.

Warum darf man nicht die beiden Geraden a und c als Paar „verdrehen“?

Hausübungen (Abgabe: Fr, 9.6.)

2. Gegeben sind zwei Dreiecke ABC und A'B'C', die durch eine Drehung auseinander hervorgegangen sind.
  - a. Konstruieren Sie den Drehpunkt und messen Sie den Drehwinkel. Beschreiben Sie Ihre Konstruktion.

- b. Konstruieren Sie zwei Geraden, so dass die hintereinander ausgeführten Spiegelungen das Ausgangsdreieck  $ABC$  in das Bilddreieck  $A'B'C'$  überführen. Zeichnen Sie auch das „Zwischendreieck“, das nach einer Spiegelung entsteht.



3. Konstruktionsbeschreibung:

Zeichnen Sie ein (spitzwinkliges) Dreieck  $ABC$ . Zeichnen Sie die Mittelsenkrechten  $m_a$  zur Seite  $\overline{BC}$ ,  $m_b$  zur Seite  $\overline{AC}$  und  $m_c$  zur Seite  $\overline{AB}$ .  $M$  sei der Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten. Zeichnen Sie die Strecke  $\overline{MB}$ .


- Bestimmen Sie (m.H. von Sätzen über Winkel), wie groß der Winkel zwischen  $\overline{MB}$  und  $m_a$  ist in Abhängigkeit von den üblichen Winkelgrößen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ .
- Bestimmen Sie, wie groß der Winkel zwischen  $m_c$  und  $m_b$  ist in Abhängigkeit von den üblichen Winkelgrößen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ .
- Betrachten Sie nun die Verknüpfung der drei Spiegelungen  $S_{m_c} \circ S_{m_b} \circ S_{m_a}$ .
  - Warum ist die resultierende Abbildung wieder eine Spiegelung?
  - Begründen Sie, dass die Achse dieser resultierenden Spiegelung die Gerade  $\overline{MB}$  ist.
- Bestimmen Sie aus den Überlegungen zu c. und b., wie groß der Winkel zwischen  $\overline{MB}$  und  $m_a$  ist und bestätigen Sie so auf eine andere Weise das Ergebnis aus a.

4. Diese Aufgabe soll experimentell mit dynamischer Geometriesoftware gelöst werden. Zeichnen Sie ein Dreieck und zu den drei Winkeln die üblichen Winkelhalbierenden

$w_\alpha$ ,  $w_\beta$  und  $w_\gamma$ . Konstruieren Sie auf der Seite  $\overline{AB}$  einen Punkt P. Spiegeln Sie P an  $w_\beta$  auf  $P'$ , diesen an  $w_\gamma$  auf  $P''$  und diesen an  $w_\alpha$  auf  $P'''$ . Verschieben Sie nun P so auf  $\overline{AB}$ , dass  $P'''$  mit P übereinstimmt.

- Welche besondere Lage hat P, wenn  $P'''$  mit P übereinstimmt? Was ist dann ebenso besonders an den Lagen der Punkte  $P'$  und  $P''$ ?
- Die Verknüpfung der drei Spiegelungen  $S_{w_\gamma} \circ S_{w_\beta} \circ S_{w_\alpha}$  ergibt wieder eine Spiegelung an einer Geraden. Wie verläuft diese Gerade?

5. Räumliches Vorstellungsvermögen  
(Arbeitsheft für die 4. Klasse zu Förderung der besseren SchülerInnen)



**ZAHLEN  
WERKSTATT**  
WIRTSCHAFTS

**Geometrie**

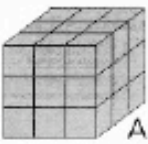
© 2000 Schroedel Verlag GmbH, Hannover (45080)

**38**

---

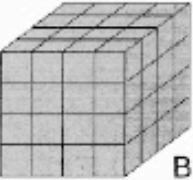
### Gefärbte Würfel

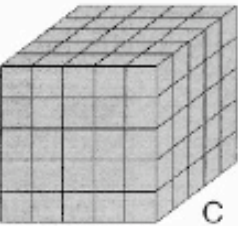
**1** Jeder große Holzwürfel besteht aus vielen kleinen Würfeln.  
Wie viele kleine Würfel sind es?  
A: \_\_\_\_\_ B: \_\_\_\_\_ C: \_\_\_\_\_


A

**2** Zahlix streicht jeden großen Würfel außen mit roter Farbe an.  
Wie sind die kleinen Würfel gefärbt?

So viele kleine Würfel haben ...	Würfel A	Würfel B	Würfel C
... drei rote Flächen			
... zwei rote Flächen			
... eine rote Flächen			
... keine Farbe			
Addiere zur Probe.			


B


C

**Verallgemeinern** Sie diese Aufgabe auf  $n$  kleine Würfel (entlang einer Kante)

Extraaufgabe (auf extra Zettel an Herrn Albers)

Olympiade-Aufgabe 440833 (44. Olympiade, Klasse 8, 3.Runde)

Gegeben ist ein spitzwinkliges Dreieck ABC mit seinem Umkreis. Der Umkreismittelpunkt heißt M, der Höhenschnittpunkt heißt H und  $M_c$  ist Mittelpunkt der Seite  $\overline{AB}$ . Die Gerade MC schneidet den Umkreis außer in C noch im Punkt P.

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt:

- Die Geraden AH und PB sind parallel.
- Die Punkte P,  $M_c$  und H liegen auf ein und derselben Geraden.