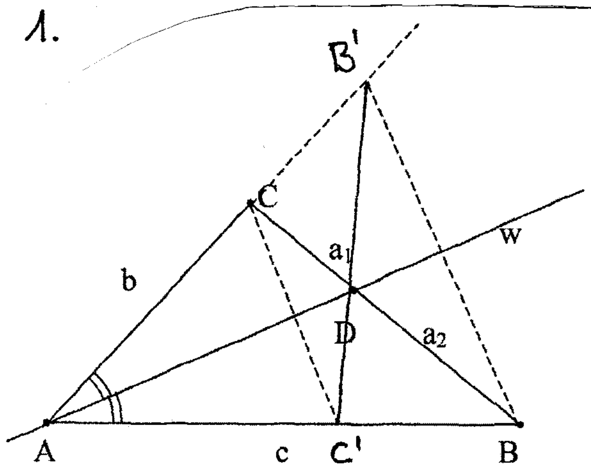
Reimund Albers, Geometrie erleben, Modul EM1.2

4. Übung, Lösungsskizzen

1.



2\. Strahlensatz, Zentrum A

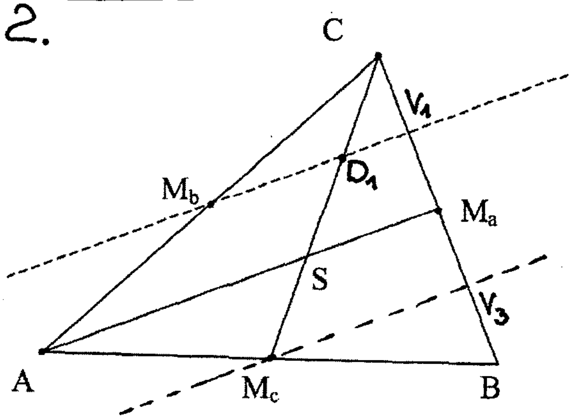
$$\frac{|AC|}{|AB'|} = \frac{|CC'|}{|BB'|} = \frac{b}{c}$$

2\. Strahlensatz, Zentrum D

$$\frac{|CD|}{|DB|} = \frac{|CC'|}{|BB'|} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b}{c}$$

q.e.d.

2.



Ich zeichne noch die Parallele zu AM_a durch M_c. Sie schneidet BC in V_3.

1\. Strahlensatz, Zentrum C:

$$\frac{|CM_b|}{|CA|} = \frac{1}{2} = \frac{|CV_1|}{|CM_a|}$$

Da $|CM_a| = \frac{1}{2} \cdot |CB|$, gilt

$|CV_1| = \frac{1}{4}|CB|$.

1\. Strahlensatz, Zentrum B: $\frac{|BM_c|}{|BA|} = \frac{1}{2} = \frac{|BV_3|}{|BM_a|}$.

Da $|BM_a| = \frac{1}{2}|BC|$ gilt $|BV_3| = \frac{1}{4}|BC|$.

$\Rightarrow |CV_1| = \frac{1}{4}|BC|$, $|CM_a| = \frac{1}{2}|BC|$, $|CV_3| = \frac{3}{4}|BC|$

1\. Strahlensatz, Zentrum C

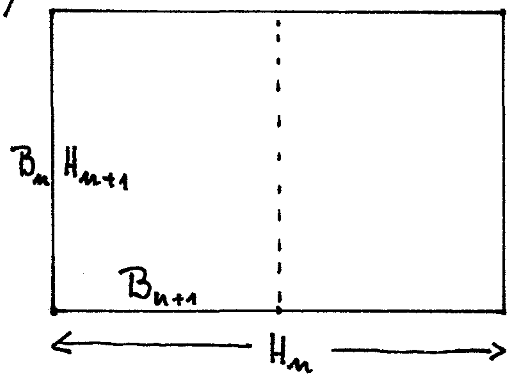
$$\frac{|CD_1|}{|CM_c|} = \frac{|CV_1|}{|CV_3|} = \frac{\frac{1}{4}|BC|}{\frac{3}{4}|BC|} = \frac{1}{3} \qquad \frac{|CS|}{|CM_c|} = \frac{|CM_a|}{|CV_3|} = \frac{\frac{1}{2}|BC|}{\frac{3}{4}|BC|} = \frac{2}{3}$$

2

3 a) DIN A4 B: 21,0 cm H: 29,7 cm $H:B \approx 1{,}414$

b) DIN A5 B: 14,8 cm H: 21 cm $H:B \approx 1{,}419$

c)



Halbierung $B_{n+1} = \frac{1}{2} H_n$

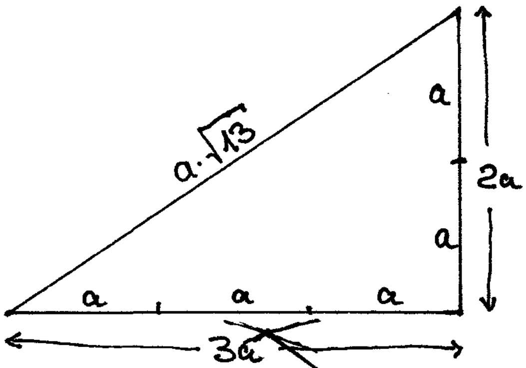
Ähnlichkeit $\cancel{B}\ \frac{H_{n+1}}{B_{n+1}} = \frac{H_n}{B_n}$

$$\frac{B_n}{\frac{1}{2} H_n} = \frac{H_n}{B_n}$$

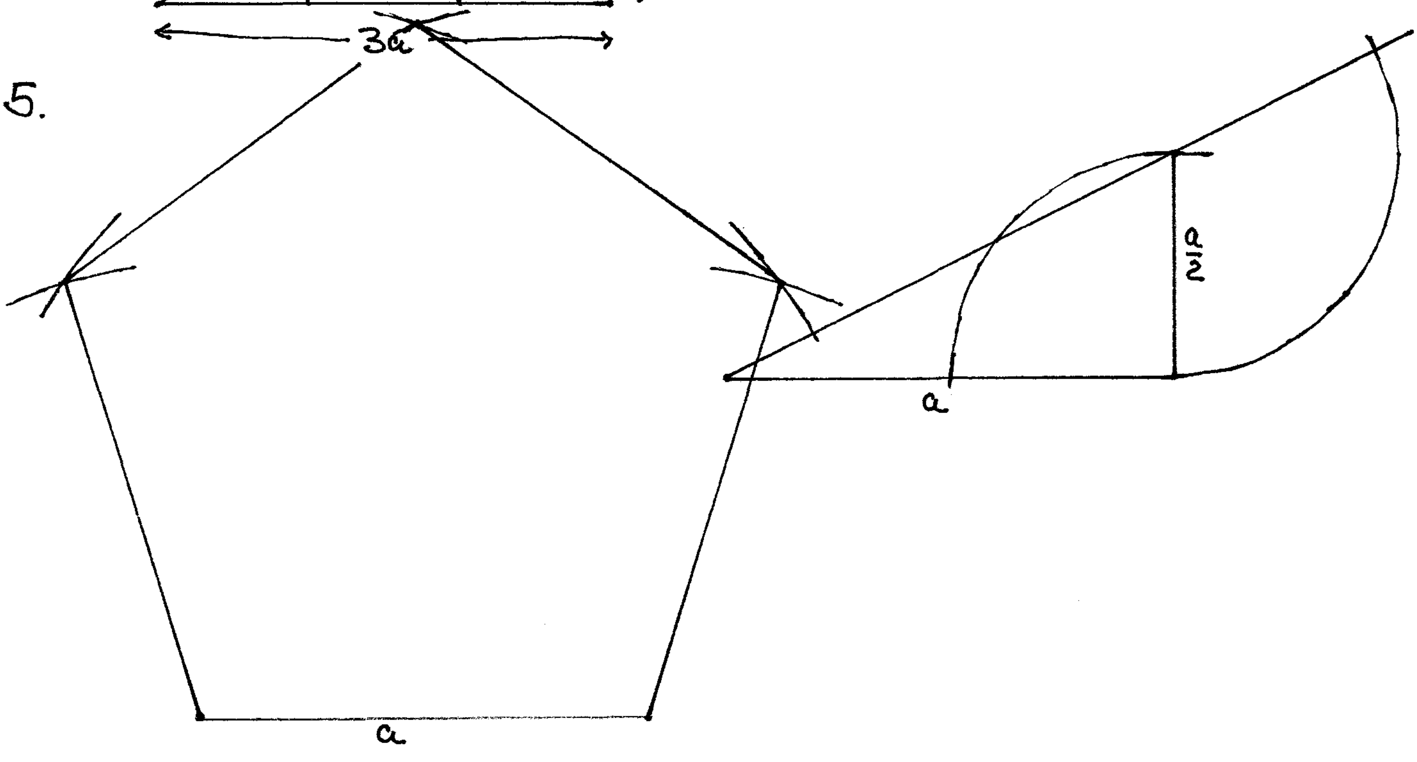
$$\Leftrightarrow B_n^2 = \frac{1}{2} H_n^2 \Leftrightarrow \left(\frac{H_n}{B_n}\right)^2 = 2$$

also ist theoretisch $\frac{H_n}{B_n} = \sqrt{2} \approx 1{,}414$

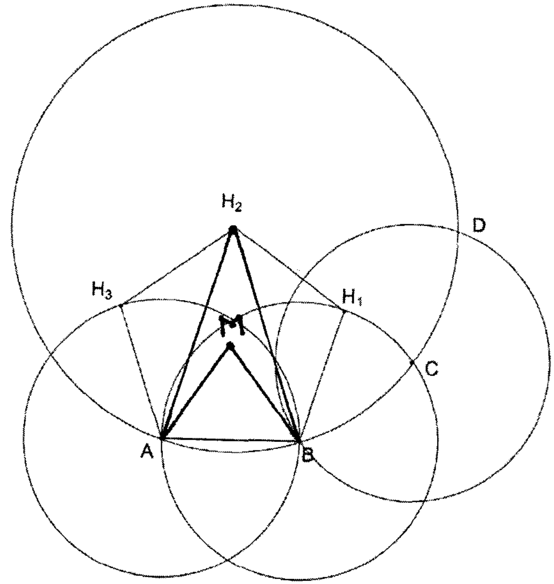
4. Vorüberlegung: $13 = 9 + 4 = 3^2 + 2^2$



5.



6. Sei M der Mittelpunkt des Fünfecks $ABH_1H_2H_3$. Das Fünfeck hat einen Umkreis mit Mittelpunkt M über der Sehne $\overline{AB}$ ist $\sphericalangle AMB$ Mittelpunktswinkel, der $72°$ groß ist. Dann ist $\sphericalangle AH_2B$ Peripheriewinkel, also $36°$ groß.



Damit ist das ΔABH_2 das „Tortenstück", das man für das 10-Eck braucht und der Kreis um H_2 mit dem Radius $\overline{AH_2}$ der passende Kreis.

7