



11. Übung

Matrizenmultiplikation, Verkettung von drei Spiegelungen

Präsenzübungen (für 27./28.6.)

1. Berechnen Sie zur Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ diejenige Matrix B, für die gilt:

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Warum heißt B die inverse Matrix zu A? Berechnen sie auch das Produkt B·A.

Wiederholen Sie die Rechnungen mit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Zeigen Sie durch Matrizenmultiplikation, dass zur Drehung um O mit dem Winkel α die Drehung um den Winkel $-\alpha$ die inverse Abbildung ist.

Hausübungen (Abgabe: Mi, 29.6.)

3. Assoziativgesetz für die Matrizenmultiplikation

- a. Multiplizieren Sie die drei Matrizen

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ einmal in der Reihenfolge C(BA)

und dann (CB)A. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

- b. Multiplizieren Sie die drei Matrizen

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$ einmal in der Reihenfolge

C(BA) und dann (CB)A. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

4. Gegeben sind die drei Spiegelungen

S_1 : Spiegelung an der x_1 -Achse

S_2 : Spiegelung an der Geraden durch O, die mit der x_1 -Achse einen Winkel von 45° einschließt

S_3 : Spiegelung an der Geraden durch O, die mit der x_1 -Achse einen Winkel von 60° einschließt

Überlegen Sie, welche Teilaufgaben wechselseitige Kontrollen der Ergebnisse zulassen und vermerken Sie das ausdrücklich schriftlich.

- a. Stellen Sie für die drei Spiegelungen die drei Abbildungsgleichungen auf.

Die drei Abbildungen werden verkettet in der Reihenfolge: erst S_1 , dann S_2 , dann S_3 .

- b. Berechnen Sie für $P(5;3)$ schrittweise die Bildpunkte $P' = S_1(P)$, $P'' = S_2(P')$, $P''' = S_3(P'')$.

- c. Konstruieren Sie schrittweise die Bildpunkte mit dem Geodreieck und lesen Sie die Koordinaten der Punkte ab.
 - d. Konstruieren Sie die Achse a der Spiegelung S_4 , die P unmittelbar auf P'' abbildet.
 - e. Begründen Sie, warum die Achse a durch den Ursprung O gehen muss.
 - f. Messen Sie den Winkel zwischen a und der x_1 -Achse und berechnen Sie mit diesem Winkel die Matrix der Spiegelung S_4 .
 - g. Berechnen Sie durch Matrizenmultiplikation die Matrix der Spiegelung S_4 .
5. Stellen Sie für die Spiegelung an der Geraden, die die Steigung 1 hat und die x_2 -Achse bei -2 schneidet, die Abbildungsgleichung auf.
Hinweis: Bilden Sie den allgemeinen Punkt $X(x_1; x_2)$ ab auf den Punkt X' . Zeichnen Sie die Parallele zur x_2 -Achse durch X , sie schneidet die Spiegelungsachse in S . Dann ist SP' parallel zur x_1 -Achse und $|SX| = |SX'|$
- Machen Sie anschließend die Probe, indem Sie den Punkt $P(1;4)$ abbilden
- a. durch Rechnung mit der gerade aufgestellten Abbildungsgleichung.
 - b. durch eine Zeichnung.
- Stimmt die Probe?

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

6. Welche Flächen des Ikosaeder-Netzes liegen einander gegenüber?
 (Zwei Flächen liegen einander gegenüber, wenn Sie im Körper parallel zueinander sind.)

