Sommersemester 2005
Reimund Albers

3. Übung
Parkettierung mit regelmäßigen Polygonen

Präsenzübungen (für 2./3.5.)

1. In einer Ecke des Parketts sollen 3 Polygonecken zusammenstoßen.
   a. Erläutern Sie, dass dieser Ansatz zu folgender Bedingung für die Winkelgrößen der Polygonecken führt:
   $$180° \cdot \frac{n-2}{n} + 180° \cdot \frac{m-2}{m} + 180° \cdot \frac{k-2}{k} = 360°$$
   b. Lösen Sie die Gleichung nach n auf.
   c. Suchen Sie durch systematisches Probieren und Überlegungen zur Teilbarkeit einige (problemorientierte) Lösungen der Gleichung aus b).
   d. Prüfen Sie, ob ihre Lösungen der Gleichung auch tatsächlich eine Lösung des globalen Parkettierungsproblems sind.

2. Welche Beweise/Begründungen kennen Sie zum Satz: „Im Dreieck ist die Summe der Innenwinkel 180°“ Beurteilen Sie die Beweise/Begründungen nach
   a. logischer Exaktheit
   b. Anschaulichkeit
   c. Erweiterbarkeit auf die Winkelsumme im Viereck

Hausübungen (Abgabe: Mi, 4.5.05)

3. (Aufgabe aus der letzten Zwischenprüfungsklausur)
   Wir betrachten die Parkettierung der Ebene mit regelmäßigen, aber nicht unbedingt kongruenten Vielecken.
   a. Begründen Sie, dass in einem Eckpunkt mindestens 3 und höchstens 6 regelmäßige Vielecke zusammenstoßen.
   b. Stoßen in einem Eckpunkt 4 regelmäßige Vielecke mit den Eckenzahlen a, b, c und d zusammen, so gilt die Bedingung: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$
   Leiten Sie diese Bedingung her.
   c. Berechnen Sie für $a = b = 3$ und $c = 4$ die Lösung für d. Prüfen Sie, ob diese Vieleck-Kombination in **jedem** Eckpunkt der Parkettierung erfüllbar ist.

4. Angenommen die Bedingung für die Winkel in einem Eckpunkt werde von einem regelmäßigen n-, m- und k-Eck erfüllt (siehe Aufgabe 1). Ist n ungerade und m von k verschieden, so ist diese (lokale) Lösung niemals eine Lösung für die (globale) Parkettierung.
   a. Zeigen Sie, dass n = 3, m = 7 und k = 42 die Winkelbedingung erfüllt, nicht aber die halbreguläre Parkettierung global ermöglicht.

b. Begründen Sie die Aussage für allgemeines n, m und k (weiterhin n ungerade und m von k verschieden).

5. Auf einem Kreis werden n, $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ Punkte gezeichnet und jeweils benachbarte Punkte durch eine Strecke verbunden.
   a. Zeigen Sie durch explizite Angabe der Anzahlen der Ecken, Kanten und Flächen in Abhängigkeit von n, dass die Formel F + E = K + 1 gilt.
   b. Beweisen Sie durch <u>vollständige Induktion</u>, dass die Formel F + E = K + 1 gilt. Vermeiden Sie die explizite Angabe der Anzahlen der Ecken, Kanten und Flächen, sondern nennen Sie die Anzahlen bei n Punkten F_n, E_n und K_n.

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

6. Die Bilder zeigen das Netz eines Dodekaeders und einen Dodekaeder selbst. Im Netz sind fünf Kanten mit A, B, C, D und E gekennzeichnet und eine Fläche mit 1.

a. Markieren Sie im Netz die Kante mit A, die an die mit A markierte Kante stößt. Verfahren Sie entsprechend mit B, C und D.

b. Markieren Sie im Netz die Fläche mit 1, die der mit 1 markierten Fläche gegenüber liegt.