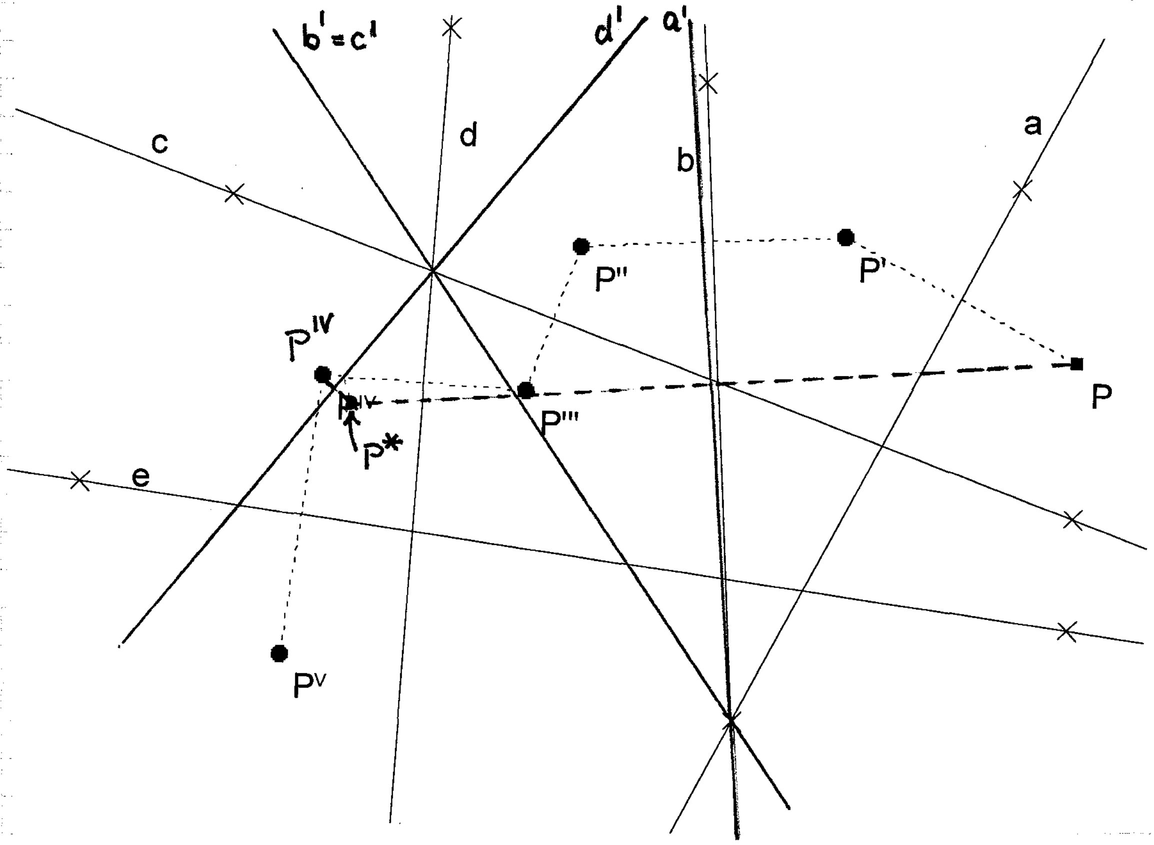
Reimund Albers Einführung in die Mathematik II SoSe 05

Übung 8 Lösungsskizzen

1.



Man verdreht a, b auf $a' b'$ mit b' durch $c \cap d$

Man verdreht c, d auf $c' d'$ mit $c' = b'$

$$\Rightarrow \quad S_e \circ S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a = S_e \circ S_{d'} \circ \underbrace{S_{c'} \circ S_{b'}}_{id} \circ S_{a'} = S_e \circ S_{d'} \circ S_{a'}$$

Ein zweiter Weg (nicht gezeichnet) könnte sein, dass man d, e so verdreht, dass d' durch $b \cap c$ verläuft. Dann verdreht man b, c auf b', c' mit $c' = d'$

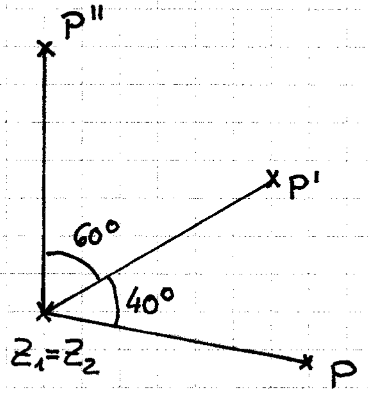
$$\Rightarrow \quad S_e \circ S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a = S_{e'} \circ \underbrace{S_{d'} \circ S_{c'}}_{id} \circ S_{b'} \circ S_a = S_{e'} \circ S_{b'} \circ S_a$$

Man darf nur Geradenpaare verdrehen, deren zugehörige Spiegelungen direkt verknüpft sind. Nach S_a wird aber nicht direkt S_c ausgeführt. Also dürfen a und c nicht verdreht werden.

HAUSÜBUNGEN

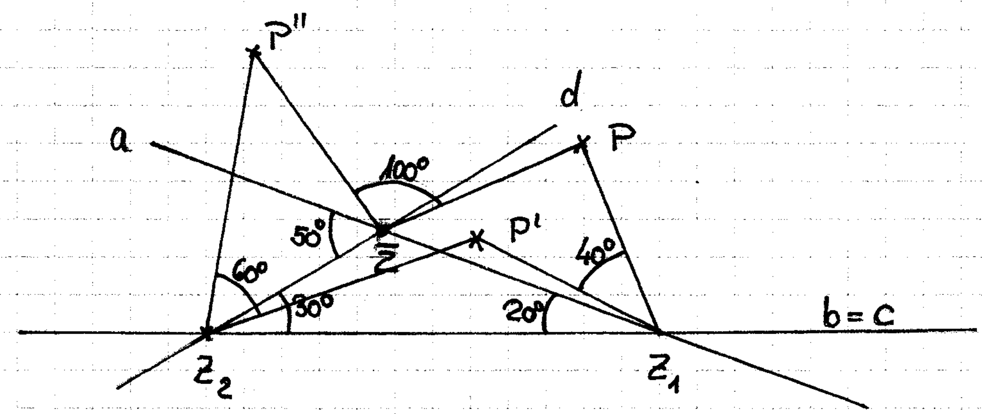
Aufg 2

I a).



Die Drehung um Z_1 mit 100° bildet P auf P'' ab

b.

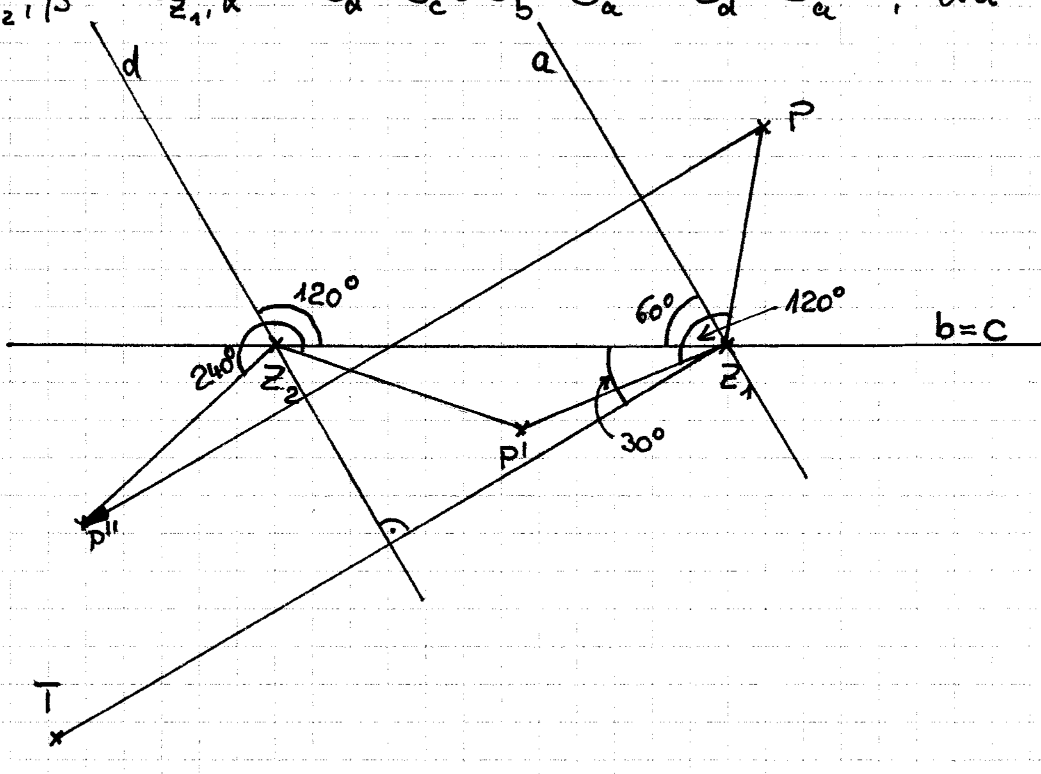


Erläuterung: Man verwandelt die Drehungen in zwei Spiegelungen: $D_{Z_1,\alpha} = S_b \circ S_a$ mit $a \cap b = Z_1$ und $|\measuredangle a,b| = 20° = \frac{\alpha}{2}$, wobei $b = Z_1Z_2$

$D_{Z_2,\beta} = S_d \circ S_c$ mit $c \cap d = Z_2$ und $|\measuredangle c,d| = 30° = \frac{\beta}{2}$, wobei $c = Z_2Z_1$. Dann ist

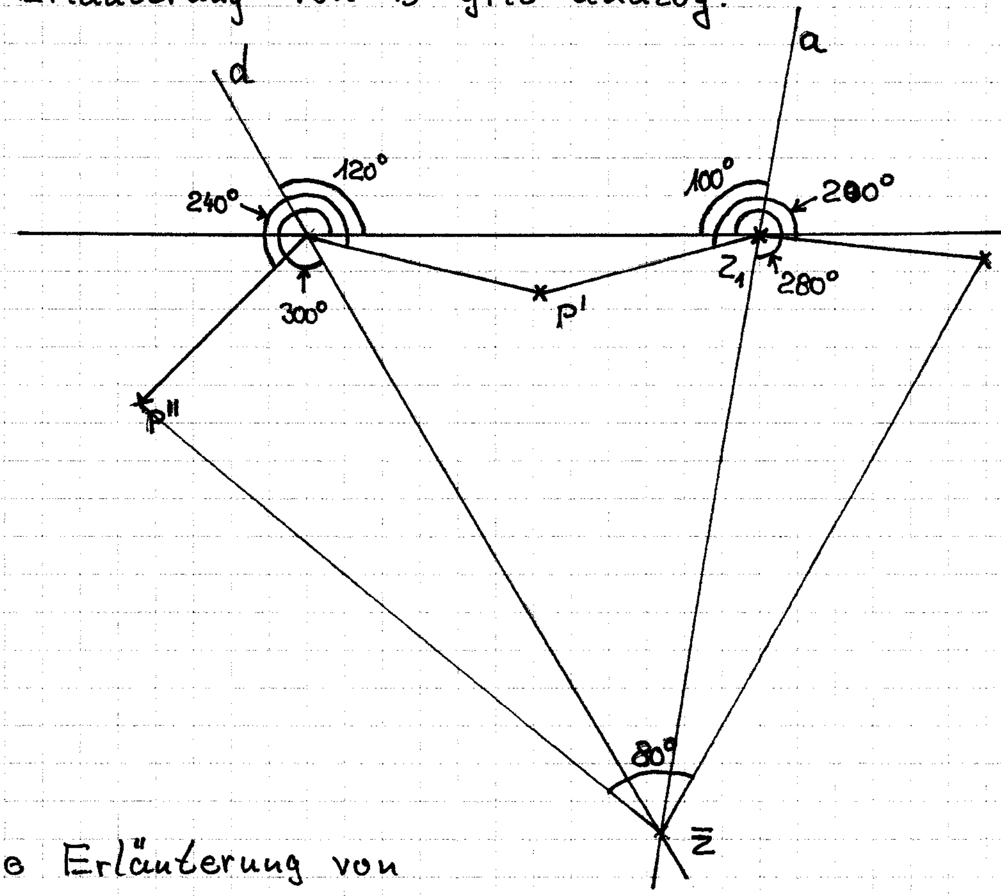
$D_{Z_2,\beta} \circ D_{Z_1,\alpha} = S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a = S_d \circ S_a$, da $c=b$

C.



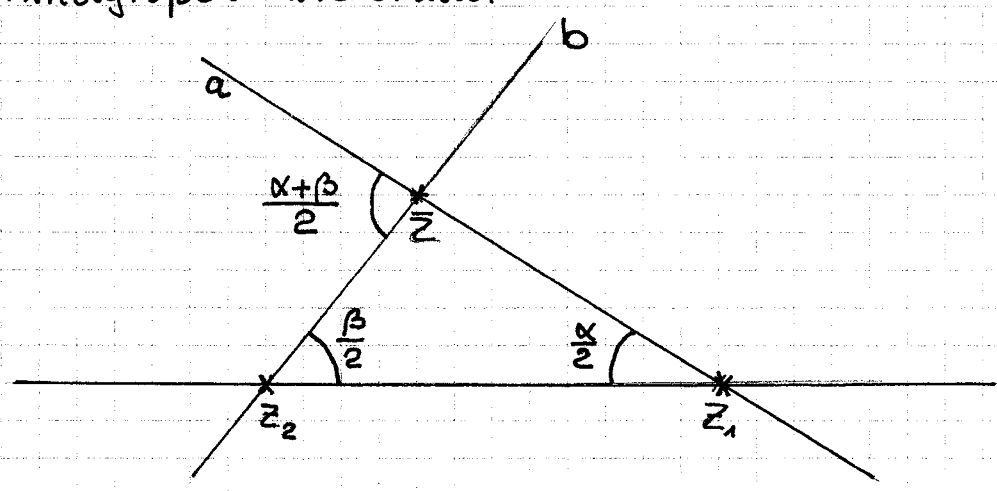
Die Erläuterung von b gilt analog.

d.



Die Erläuterung von b. gilt analog. Wichtig ist hier, den Drehsinn für die Winkel genau zu beachten, da $\frac{\alpha}{2}+180°$ und $\frac{\beta}{2}+180°$ über 180° groß sind.

II Die Zeichnung zu b. wird mit allgemeinen Winkelgrößen wiederholt.



Der Beweis ist im Wesentlichen in der Erläuterung zu b. enthalten.

Beweis: $D_{Z_1,\alpha} = S_b \circ S_a$ mit $a \cap b = Z_1$ und

$|\sphericalangle a,b| = \frac{\alpha}{2}$ und $b = Z_1Z_2$

$D_{Z_2,\beta} = S_d \circ S_c$ mit $c \cap d = Z_2$ und $|\sphericalangle c,d| = \frac{\beta}{2}$

und $c = Z_1Z_2$

$\Rightarrow D_{Z_2,\beta} \circ D_{Z_1,\alpha} = S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a$

$= S_d \circ S_a$, da $b = c$, also $S_c = S_b$

Die Verknüpfung $S_d \circ S_a$ ist für $d \nparallel a$* eine Drehung um $\bar{Z} = a \cap d$ und den Winkel $2|\sphericalangle a,d|$.

Im Dreieck $Z_2Z_1\bar{Z}$ gilt $\frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2} + |\sphericalangle Z_2\bar{Z}Z_1| = 180°$

$\Rightarrow |\sphericalangle a,d| = 180° - |\sphericalangle Z_2\bar{Z}Z_1| = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$

Also ist der Drehwinkel $2 \cdot (\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}) = \alpha + \beta$

Damit sind alle Behauptungen über die Ergebnisdrehung bewiesen

* Anmerkung: Wäre $a \parallel d$, so müsste $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 180°$ sein.
$\Rightarrow \alpha + \beta = 360°$. Das ist nach Vorauss. nicht der Fall.

3. 2. Strahlensatz: $\frac{r_1}{r_1+r_2} = \frac{|SQ_1|}{r_2} \Rightarrow |SQ_1| = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$

" $\frac{r_2}{r_1+r_2} = \frac{|SQ_2|}{r_1} \Rightarrow |SQ_2| = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$

Q_1 und Q_2 liegen beide auf g und haben von S den gleichen Abstand $\Rightarrow Q_1 = Q_2$

$\Rightarrow H_1M_2$ H_2M_1 und g schneiden sich in einem Punkt q.e.d.

4. Verdrehter Würfel. Beschriften Sie die übrigen Ecken.