Sommersemester 2005
Reimund Albers

Einführung in die Mathematik II (P/SI)

Klausur

Name:_______________________________ Mat.Nr.:_________________ P oder SI ankreuzen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe	Übungen
maximal	7	7	7	7	8	6	42	6,67
erreicht								

Endsumme:

Zugelassene Hilfsmittel:
2 Blatt = 4 Seiten eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner

Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis aus.

SoSe 05

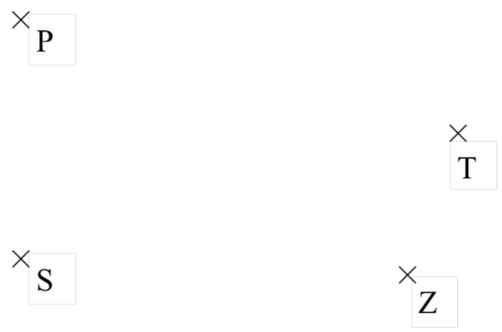
Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Für eine halbreguläre Parkettierung sollen in einer Ecke jeweils zusammenstoßen ein regelmäßiges Polygon mit k Ecken, mit n Ecken und mit $2n$ Ecken.
   a. Zeigen Sie, dass $k = 8$, $n = 4$ und $2n = 8$ dieBedingung für die Winkel in einer Ecke erfüllt.
   b. Stellen Sie allgemein die Gleichung für die Winkel auf, wenn in einer Ecke ein regelmäßiges Polygon mit k Ecken, mit n Ecken und mit $2n$ Ecken zusammentreffen.
      Zeigen Sie, dass dann für n und k die Gleichung $\frac{3}{n} + \frac{2}{k} = 1$ gilt.
   c. Bestimmen Sie für k = 3 die Lösung und begründen Sie, dass diese Wahl der Polygone keine globale Parkettierung zulässt.

2. Beweis mit Kongruenzsätzen
   a. Zeichnen Sie nach folgender Konstruktionsanweisung eine Figur:
      Gegeben ist ein Dreieck ABC. Zeichnen Sie die Höhe h_c von C auf die Seite $\overline{AB}$.
      M sei der Mittelpunkt von h_c. g sei eine Parallele zu $\overline{AB}$ durch C. Die Gerade AM schneidet g in D und die Gerade BM schneidet g in E.
   b. Beweisen Sie durch die Verwendung von Kongruenzsätzen, dass $|AB| = |ED|$.

Bitte wenden **Bitte wenden** **Bitte wenden** **Bitte wenden** **Bitte wenden**

3. Verknüpfung von Kongruenzabbildungen



   a. Die Abbildung zeigt die Punkte P, S, T und Z. Bilden Sie den Punkt P mit der Verschiebung um den Vektor $\overrightarrow{ST}$ ab auf den Punkt P' und dann den Punkt P' mit der Drehung um Z um den Winkel $\alpha = 30°$ ab auf den Punkt P".
   b. Erläutern Sie, wie allgemein die Verknüpfung einer Verschiebung und einer Drehung in die Verknüpfung von Spiegelungen zerlegt werden kann.
      Begründen Sie dann über die Verknüpfung der Spiegelungen, dass sich wieder eine Drehung ergibt, wenn.
      i. die Verschiebung die erste, die Drehung die zweite Abbildung ist.
      ii. die Drehung die erste, die Verschiebung die zweite Abbildung ist.

4. Matrizenrechnung
   a. Eine Abbildung ist durch eine geometrische Konstruktionsvorschrift eindeutig festgelegt. Wie stellt man die Matrix dieser Abbildung auf, wenn sie den Ursprung auf sich selbst abbildet?
   b. Warum ist die Abbildung mit der Gleichung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}$ keine längentreue Abbildung?
   c. Bestimmen Sie c und d so, dass die Abbildung mit der Gleichung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ c & d \end{pmatrix} \vec{x}$ involutorisch ist .

5. Gegeben ist die Abbildung mit der Gleichung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 0{,}8 & -0{,}6 \\ 0{,}6 & 0{,}8 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
   a. Berechnen Sie die Bilder P' und Q' der Punkte P(5;0) und Q(2,5 ; 5).
   b. Zeichnen Sie die Punkte P, P', Q und Q' in ein Achsenkreuz. Die Abbildung ist eine Drehung. Finden Sie zeichnerisch das Drehzentrum. Erläutern Sie kurz Ihre Konstruktion.
   c. Bestimmen Sie rechnerisch das Drehzentrum als Fixpunkt der Abbildung.

   Aufgabe 6 auf dem A3-Mantelbogen

6. Bestimmen Sie die einzelnen Abbildungen des IFS, die zu den abgebildeten Fraktalen führen. Schreiben Sie die Antworten direkt hier in die vorgegebenen Kästchen. Verwenden Sie die Bezeichnungen D_0, D_{90}, D_{180} D_{270} und S_0 (alt S_H), S_{45} (alt S_+), S_{90} (alt S_V), S_{135} (alt S_-)