

11. Übung

Umgang mit Abbildungen, IFS-Fraktale

Präsenzübungen

1. Gesucht ist die Abbildungsgleichung für die Spiegelung an der Geraden, die die x_1 -Achse bei $(2;0)$ schneidet und mit ihr einen Winkel von 45° einschließt.
 - a. 1. Lösungsweg: Bilden Sie die drei Punkte $O(0;0)$, $P(2;0)$ und $Q(1;1)$ durch eine geometrischen Konstruktion ab. Setzen Sie Ausgangs- und Bildpunkt in die allgemeine Abbildungsgleichung ein und lösen Sie dann die Gleichungssysteme.
 - b. 2. Lösungsweg: Schreiben Sie die Abbildungsgleichungen für folgende 3 Abbildungen auf:

T_1 : Verschiebung um $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ [Warum gerade diese Verschiebung?]

S: Spiegelung an der Ursprungsgeraden, die mit der x_1 -Achse einen Winkel von 45° einschließt.

T_2 : Verschiebung um $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ [Warum gerade diese Verschiebung?]

Verketten Sie nun diese drei Abbildungen.

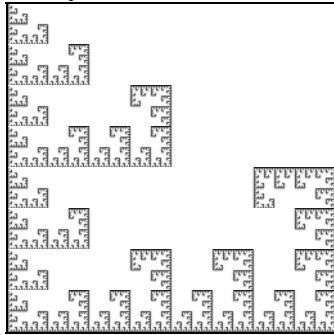
Hausübungen

2. Gegeben ist die Abbildungsgleichung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} -1 & 0,4 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$. Wieso kann diese keine Kongruenzabbildung sein? Die nachfolgenden Teilaufgaben geben Ihnen Hinweise.
 - a. 1. Betrachtung: Berechnen sie zu $A(2;0)$, $B(2;3)$ und $C(-1;1)$ die Bildpunkte. Zeichnen Sie die Punkte in ein Achsenkreuz. In wie fern klärt die Zeichnung das gestellte Problem?
 - b. 2. Betrachtung: Was bedeuten die erste und die zweite Spalte in der Abbildungsmatrix? Wie können Sie mit diesem Wissen das gestellte Problem klären?
 - c. 3. Betrachtung: Vergleichen Sie die Matrix mit der einer Spiegelung oder Drehung. Wie kann dieser Vergleich klären, dass es keine Drehung oder Spiegelung sein kann?

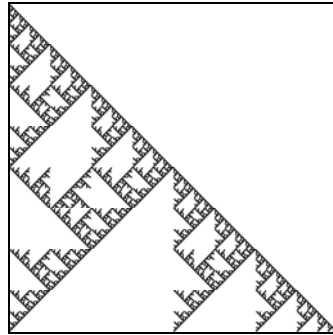
3. Gegeben sind die Abbildungen: $A: \vec{x}' = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $B: \vec{x}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

- a. Verketteten Sie die Abbildungen in der Reihenfolge erst A, dann B und berechnen Sie Abbildungsgleichung der Verkettung.
- b. Verketteten Sie die Abbildungen in der Reihenfolge erst B, dann A und berechnen Sie Abbildungsgleichung der Verkettung.

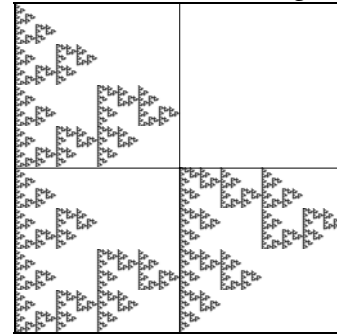
4. Analysieren Sie die vorliegenden Fraktale. Geben Sie die verwendeten Abbildungen an.



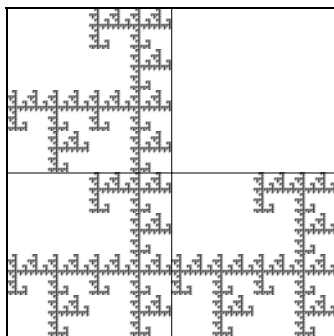
a)



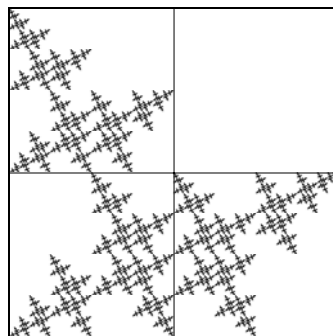
b)



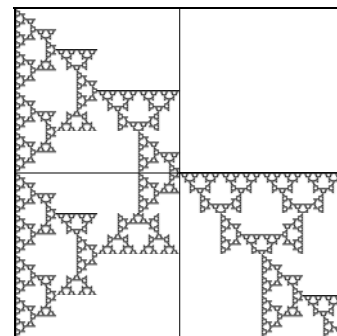
c)



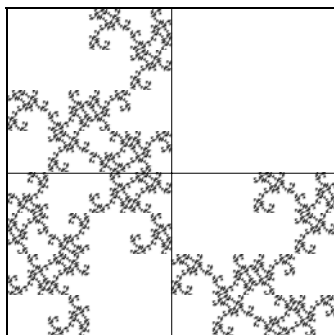
d)



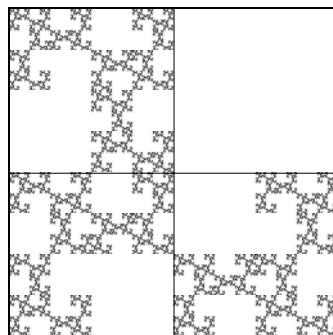
e)



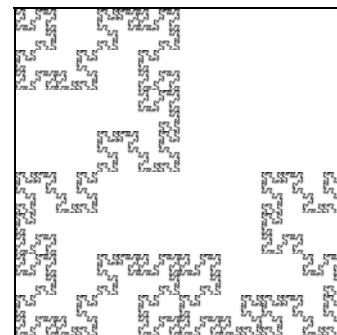
f)



g)



h)



i)

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

5. Der Körper (3,8,8) entstand durch Abschneiden der Ecken eines Würfels. Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat dieser Körper? Erläutern Sie Ihre Zählweise.