Sommersemester 2004
Reimund Albers

10. Übung
Parkettierung, halbreguläre Polyeder

Präsenzübungen

1. Wie in der Vorlesung gezeigt, hat ein regelmäßiges Polygon mit n Ecken Winkel, die $\frac{n-2}{n}\cdot 180°$ groß sind.
   a. Stellen Sie eine komplette Liste aller n-Ecke auf, für die die Winkelgröße ein ganzzahliges Gradmaß ist.
   Hinweis: Begründen Sie, dass für den Fall n ein Teiler von 360 sein muss.
   b. Kombinieren Sie nun (einige) Gradzahlen aus dieser Liste, so dass die Summe genau 360° ergibt. Welche n-Ecke kann man also zusammenlegen, dass sie in einem Punkt lückenlos zusammenpassen? Kann man dann die ganze Ebene pflastern?

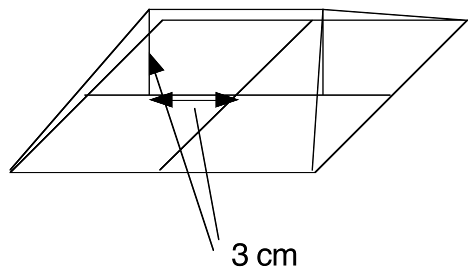
2. In einer Ecke des Parketts sollen 3 Polygonecken zusammenstoßen.
   a. Erläutern Sie, dass dieser Ansatz zu folgender Bedingung für die Winkelgrößen der Polygonecken führt:
   $$\frac{n-2}{n}\cdot 180° + \frac{m-2}{m}\cdot 180° + \frac{k-2}{k}\cdot 180° = 360°$$
   b. Lösen Sie die Gleichung nach n auf.
   c. Suchen Sie durch systematisches Probieren und Überlegungen zur Teilbarkeit einige problemorientierte Lösungen der Gleichung aus b) (dabei soll $n \neq m \neq k$ sein).
   d. Prüfen Sie, ob ihre Lösungen der Gleichung auch tatsächlich eine Lösung des Parkettierungsproblems sind.

Hausübungen

3. In einer Ecke des Parketts sollen 3 Polygonecken zusammenstoßen, wobei aber 2 Polygone die gleiche Eckenzahl haben sollen.
   a. Erläutern Sie, dass dieser Ansatz zu folgender Bedingung für die Winkelgrößen der Polygonecken führt:
   $$2\cdot\frac{n-2}{n}\cdot 180° + \frac{m-2}{m}\cdot 180° = 360°$$
   b. Lösen Sie die Gleichung nach n auf.
   c. Suchen Sie durch systematisches Probieren und Überlegungen zur Teilbarkeit <u>alle</u> problemorientiertenLösungen der Gleichung aus b).
   d. Prüfen Sie, ob die Lösungen der Gleichung auch tatsächlich eine Lösung des Parkettierungsproblems sind.

4. Zeichnungsübung, von <u>jedem</u> Teilnehmer auszuführen
   Zeichnen Sie mit Bleistift einen Würfel als Schrägbild: Vordere Fläche ein 10 cm x 10 cm großes Quadrat, die Linien nach „hinten" 10 Kästchen entlang der Kästchendiagonalen nach rechts oben. Zeichnen Sie die linke Kante des Würfels

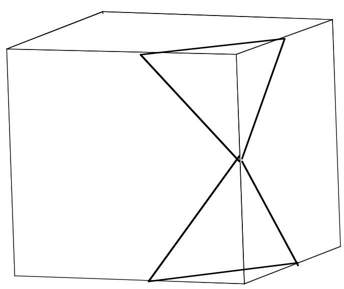
2,5 cm vom linken Rand des Blattes. Ziel ist es, einen Dodekaeder zu konstruieren. Dazu müssen Sie auf die Würfelflächen „Dächer“ aufsetzen. Die Skizze zeigt das Prinzip und die Maße, die Sie verwenden sollen. (3 cm ist nicht der exakte Wert, für die Zeichnung genügt es aber. Der exakte Wert ist $5\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 3{,}09$). Denken Sie daran, dass „3 cm nach hinten“ 3 Kästchendiagonalen sind.



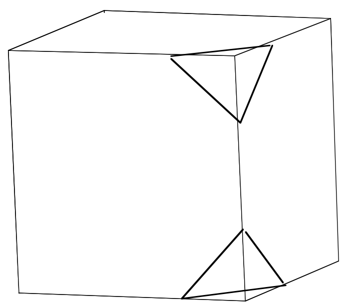
5. Erzeugen Sie aus den Platonischen Körpern durch Abschneiden der Ecken Archimedische Körper. Zeichnen Sie in die hier vorgegebenen Figuren. Wie in der Vorlesung gezeigt, gibt es zwei Möglichkeiten:
   a. Die Schnitte gehen jeweils durch die Mittelpunkte der bestehenden Kanten.
   b. Die Schnitte teilen die bestehenden Kanten in drei Teile.

   Am Würfel sind einige Schnitte schon eingezeichnet. Schreiben Sie auch auf, welche Polygone jeweils in einer Raumecke zusammenstoßen (Wie unter den Würfeln).

a)



b)



Es entsteht der Archimedische Körper a) (3,4,3,4), b) (3,8,8)