

## 9. Übung

### Matrizenmultiplikation, Verkettung von drei Spiegelungen

#### Präsenzübungen

1. Berechnen Sie zur Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  diejenige Matrix  $B$ , für die gilt:  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Warum heißt  $B$  die inverse Matrix zu  $A$ ? Berechnen sie auch das Produkt  $B \cdot A$ .

Wiederholen Sie die Rechnungen mit  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

2. Zeigen Sie durch Matrizenmultiplikation, dass zur Drehung um  $O$  mit dem Winkel  $\alpha$  die Drehung um den Winkel  $-\alpha$  die inverse Abbildung ist.

#### Hausübungen

3. (Wiederholung) Der Mathematiker David Hilbert hat Kongruenzabbildungen definiert durch: „Eine längentreue Abbildung der Ebene auf sich heißt Kongruenzabbildung, auch Bewegung genannt.“ Begründen Sie, warum jede längentreue Abbildung eine Kongruenzabbildung ist.

4. Gegeben sind die drei Spiegelungen

$S_1$ : Spiegelung an der  $x_1$ -Achse

$S_2$ : Spiegelung an der Geraden durch  $O$ , die mit der  $x_1$ -Achse einen Winkel von  $30^\circ$  einschließt

$S_3$ : Spiegelung an der Geraden durch  $O$ , die mit der  $x_1$ -Achse einen Winkel von  $45^\circ$  einschließt

Überlegen Sie, welche Teilaufgaben wechselseitige Kontrollen der Ergebnisse zulassen und vermerken Sie das ausdrücklich.

- a. Stellen Sie für die drei Spiegelungen die drei Abbildungsgleichungen auf.

Die drei Abbildungen werden verkettet in der Reihenfolge: erst  $S_1$ , dann  $S_2$ , dann  $S_3$ .

- b. Berechnen Sie für  $P(4;2)$  schrittweise die Bildpunkte  $P' = S_1(P)$ ,  $P'' = S_2(P')$ ,  $P''' = S_3(P'')$ .

- c. Konstruieren Sie schrittweise die Bildpunkte mit dem Geodreieck und lesen Sie die Koordinaten der Punkte ab.

- d. Konstruieren Sie die Achse  $a$  der Spiegelung  $S_4$ , die  $P$  unmittelbar auf  $P'''$  abbildet.

- e. Begründen Sie, warum die Achse  $a$  durch den Ursprung  $O$  gehen muss.

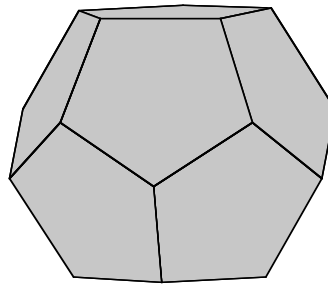
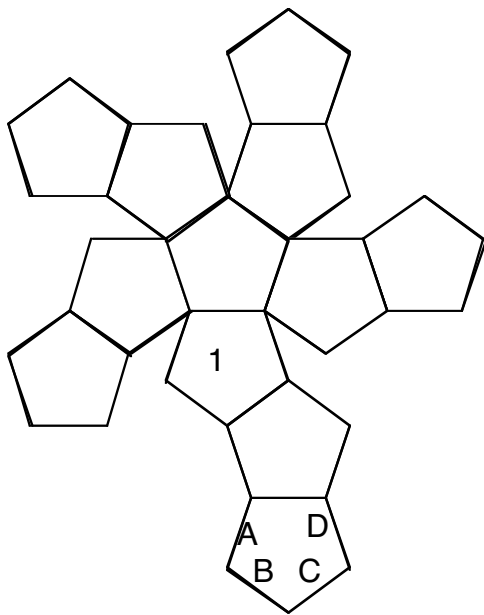
- f. Messen Sie den Winkel zwischen  $a$  und der  $x_1$ -Achse und berechnen Sie mit diesem Winkel die Matrix der Spiegelung  $S_4$ .

- g. Berechnen Sie durch Matrizenmultiplikation die Matrix der Spiegelung  $S_4$ .

5. Es seien  $S_1, S_2, S_3$  die in Aufgabe 4 definierten Spiegelungen. Sie sollen die Abbildungsmatrix der Verkettung der drei Spiegelungen in der Reihenfolge erst  $S_1$ , dann  $S_3$ , dann  $S_2$  berechnen.
- Beschreiben Sie mit Worten drei verschiedene Lösungswege, diese Aufgabe zu lösen.
  - Führen Sie einen Lösungsweg tatsächlich durch.

### Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

6.



Die Bilder zeigen das Netz eines Dodekaeders und einen Dodekaeder selbst. Im Netz sind vier Kanten mit A, B, C und D gekennzeichnet und eine Fläche mit 1.

- Markieren Sie die Kante mit A, die an die mit A markierte Kante stößt. Verfahren Sie entsprechend mit B, C und D.
- Markieren Sie die Fläche mit 1, die der mit 1 markierten Fläche gegenüber liegt.