

8. Übung Matrizen und Abbildungen

Präsenzübungen

1. Winkelfunktionen
 - a. Setzen Sie in die Formel für $\sin(\alpha+\beta)$ ein: $\beta = 90^\circ - \alpha$. Welche andere Formel erhalten Sie?
 - b. Entwickeln Sie eine Formel für $\sin 3\alpha$, in der nur $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ vorkommen. Rechnen Sie Ihr Ergebnis nach für $\alpha = 13^\circ$.
 - c. In Formelsammlungen kann man finden: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$.
Leiten Sie diese Formel her und rechnen Sie sie für $\alpha = 27^\circ$ nach.
2. Matrizenmultiplikation
 - a. Berechnen Sie für $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ $A \cdot B$ und $B \cdot A$.
Was ist bemerkenswert?
 - b. Zeigen Sie durch Matrizenmultiplikation: Eine Drehung um O mit dem Winkel α und eine anschließende Drehung um O mit dem Winkel β können ersetzt werden durch eine Drehung um O mit dem Winkel $\alpha + \beta$

Hausübungen

3. Erforschen Sie die Abbildung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Anleitung:
 - a. Bilden Sie durch Rechnung die Punkte P(2;-1), Q(3;0) und R(1;2) ab auf die Punkte P', Q' bzw. R'.
 - b. Zeichnen Sie die Dreiecke PQR und P'Q'R' in ein Achsenkreuz. Vergleichen Sie beide Dreiecke. Sind sie kongruent? Ist der Umlaufsinn gleich oder verändert?
 - c. Zeigen Sie rechnerisch exakt, dass $|PR| = |P'R'|$ ist.
 - d. Handelt es sich bei der Abbildung um eine Drehung (Drehzentrum?, Drehwinkel?) oder eine Spiegelung (Spiegelungsachse?)
4. Stellen Sie die Abbildungsgleichung auf für die Drehung um den Punkt Z(3;1) um $\alpha = 180^\circ$.
 - a. 1. Weg: Bilden Sie (grafisch) die drei Punkte O(0;0), P(1;1) und Z(3;1) ab. Setzen Sie die Bild- und Ausgangspunkte in die allgemeine Abbildungsgleichung ein und lösen Sie dann das Gleichungssystem.

- b. 2. Weg: Verketteten Sie die folgenden 3 Abbildungen:
 A: Eine Verschiebung, die Z nach O schiebt.
 B: Eine Drehung um 180° um O.
 C: Eine Verschiebung, die O wieder (zurück) nach Z(3;1) verschiebt.
 Rechnen Sie diese Verkettung aus.
- c. Warum kann man hier nicht die Abbildungsmatrix dadurch aufstellen, dass man die Bilder der Einheitsvektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ berechnet?

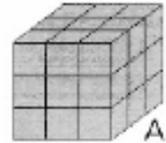
Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

5.

Gefärbte Würfel

- 1 Jeder große Holzwürfel besteht aus vielen kleinen Würfeln.
 Wie viele kleine Würfel sind es?

A: _____ B: _____ C: _____



- 2 Zahlix streicht jeden großen Würfel außen mit roter Farbe an.
 Wie sind die kleinen Würfel gefärbt?

So viele kleine Würfel haben ...	Würfel A	Würfel B	Würfel C
... drei rote Flächen			
... zwei rote Flächen			
... eine rote Flächen			
... keine Farbe			
Addiere zur Probe.			

