Sommersemester 2004
Reimund Albers

Einführung in die Mathematik II (P/SI)

Klausur

Name:______________________________ Mat.Nr.:________________

Aufgabe	1	2	3	4	6	7	Summe	Übungen
maximal	7	8	8	7	7,5	7	52,5	12
erreicht								
							Endsumme:	

Zugelassene Hilfsmittel:
4 Blatt = 8 Seiten eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner

Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis aus.

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also <u>in Ihrem Interesse</u>, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. (Logik)
   a. Zeigen Sie durch eine Wahrheitstafel: $A \quad B$ oder C ist äquivalent zu B und $C \quad A$
   b. Alle Spielmarken für ein Spiel sollen folgende Bedingung erfüllen bzw. nicht verletzen: „Wenn auf einer Seite ein Vokal ist, dann ist auf der anderen Seite eine einstellige Zahl oder eine Zahl mit 4 als Einerziffer.“
   Vor Ihnen liegen die folgenden Marken:
   A 14 12 7 K 4
   Welche Spielmarken müssen Sie umdrehen und was muss/darf dann die andere Seite zeigen, um der Bedingung zu entsprechen?

2. Gegeben ist ein Viereck ABCD. Es gilt $|AD| = |BD| = |CD|$ und $|AB| = |BC|$.
   a. Zeichnen Sie solch ein Viereck mit $|AD| = |BD| = |CD| = 5$ cm und $|AB| = |BC| = 3$ cm.
   b. Beweisen Sie, dass $|\sphericalangle BDA| = |\sphericalangle CDB|$ gilt, unabhängig von den in a. gewählten Beispielmaßen.
   c. Beweisen Sie , dass AC senkrecht zu BD ist (ebenfalls unabhängig von den in a. gewählten Beispielmaßen).

3. Die Matrix $A = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ beschreibt die Spiegelung an der x_2-Achse, die Matrix

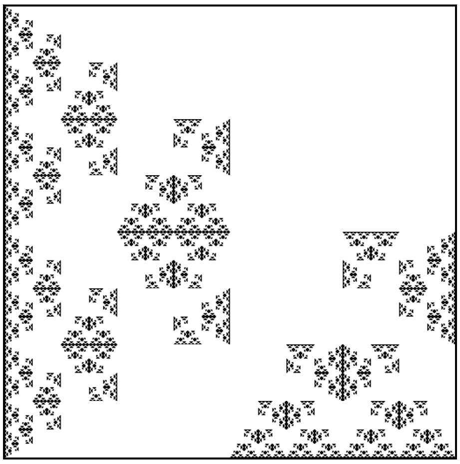
   $B = \begin{matrix} \cos 2 & \sin 2 \\ \sin 2 & \cos 2 \end{matrix}$ beschreibt die Spiegelung an einer Spiegelachse g, die mit der x_1-Achse einen Winkel von einschließt. Die Spiegelung erst an g und dann an der x_2-Achse ergibt eine Drehung.
   a. Verketten Sie rechnerisch die Spiegelung erst an g und dann an der x_2-Achse und berechnen Sie die zugehörige Matrix.
   b. Beschreiben Sie die sich ergebende Drehung. Stellen Sie dafür die Drehmatrix auf.
   c. Zeigen Sie durch trigonometrische Umformungen, dass das Ergebnis in a. und in b. gleich sind.

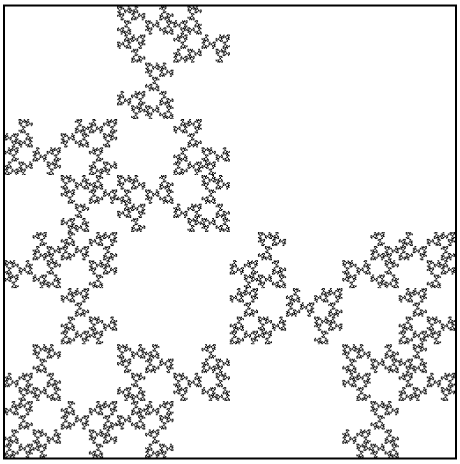
4. Nehmen Sie zu **jedem** der drei folgenden Sätze Stellung in der Form: „Der Satz ist falsch/richtig, denn....“. Die vier Geraden schneiden sich alle, aber **nicht** in einem Punkt, sondern die Schnittpunkte sind alle **verschieden**.
   A) „4 Geradenspiegelungen lassen sich durch eine Geradenspiegelung ersetzen“
   B) „4 Geradenspiegelungen lassen sich durch zwei Geradenspiegelungen ersetzen“
   C) „4 Geradenspiegelungen lassen sich durch drei Geradenspiegelungen ersetzen“

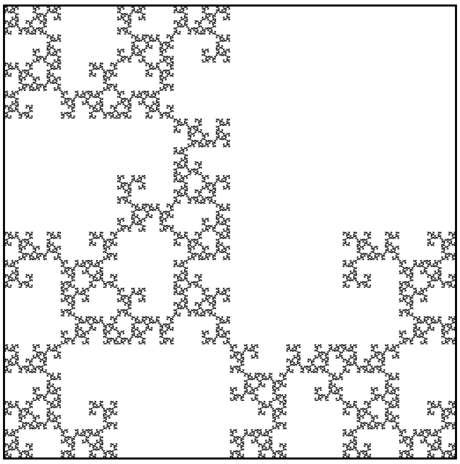
Es folgen die Aufgaben 5 – 7 auf den nächsten Seiten

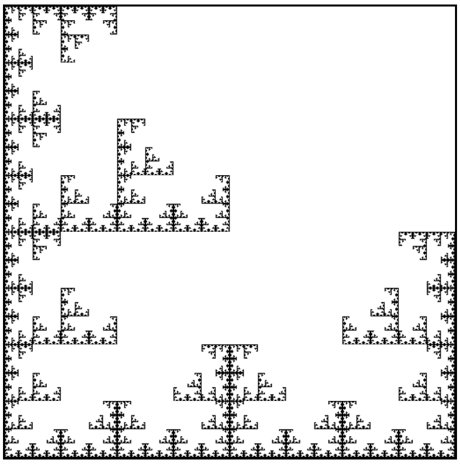
5. Die Abbildungsgleichung $\vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} d \\ d \end{pmatrix}$ beschreibt eine Spiegelung und eine anschließende Verschiebung.
    a. Welchen Winkel schließt die Spiegelachse mit der x_1-Achse ein?
    b. Welchen Winkel schließt die Spiegelachse mit dem Verschiebungsvektor ein?
    c. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Abbildung involutorisch ist.
    d. Begründen Sie über das Verketten von Spiegelungen, dass die Abbildung involutorisch sein muss. Beachten Sie b.

6. Analysieren Sie die folgenden IFS-Fraktale:

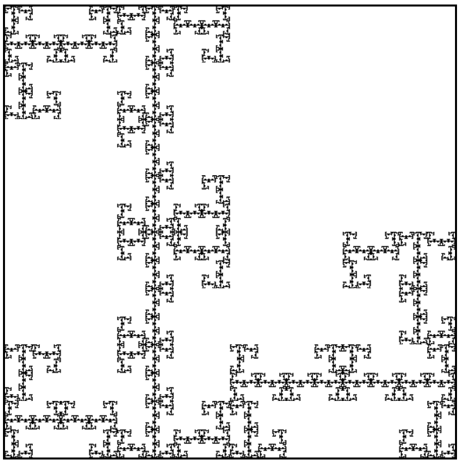
a) 

b) 

c) 

d) 

Fortsetzung Rückseite DIN A 3 Mantelbogen

e) 

7. Stellen Sie für die Deckabbildungen des gleichseitigen Dreiecks die vollständige Verknüpfungstafel auf.
   Dabei bezeichne D_0 wie üblich die Drehung um 0°, D_{120} die um 120° gegen den Uhrzeigersinn u.s.w., S_A die Spiegelung an der Achse AM, S_B die Spiegelung an der Achse BM, ... Schreiben Sie dazu an den linken Rand der Verknüpfungstafel die erste Abbildung und in die obere Zeile die zweite Abbildung.