Wintersemester 2004/05
Reimund Albers

5. Übung
Teilbarkeitsregeln, Teilbarkeit

Präsenzübungen

1. Pascalsches Dreieck
   a. Addiert man im Pascalschen Dreieck alle Zahlen einer Zeile, so ist das Ergebnis immer eine Zweierpotenz $2^n, n \in \mathbb{N}$. Wie ergibt sich n? Begründen Sie diese Gesetzmäßigkeit.
   b. Bei der Entwicklung von $(a + b)^n$ kommt der Teilterm a^7b^5 vor. Welche Zahl steht davor?
2. Addiert man zu einer dreistelligen Zahl das Doppelte der Quersumme und das Dreifache der Einerziffer, so ist das Ergebnis immer durch 6 teilbar. Begründen Sie das.
   Entwickeln Sie eine ähnliche Aufgabe.

Hausübungen (Abgabe: Do, 25.11.04)

3. (Wiederholung zur Logik)
   „Wo man singt, das lass dich nieder, böse Menschen kennen keine Lieder"
   Wir bilden für dieses Sprichwort die beiden (vereinfachenden) Teilaussagen A:„Die Menschen singen" und B:„Die Menschen sind gut". Analysieren Sie dann die logische Struktur. Gilt zwischen A und B eine Implikation oder eine Äquivalenz?

4. Bildet man im Pascalschen Dreieck die alternierende Summe, also $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 +- ...$, wobei die a_i die Zahlen aus einer Zeile sind, so ergibt sich 0. Begründen Sie das.

5. Entwickeln Sie für 6 eine Teilbarkeitsregel über die gewichtete Quersumme. Testen Sie mit dieser Regel, ob n = 158234 durch 6 teilbar ist. Bestimmen Sie nun (möglichst bequem) den Rest von n beim Teilen durch 6.

6. Bildet man zu einer Zahl die Quersumme, dann von dieser Quersumme die Quersumme u.s.w. bis man eine einstellige Zahl erreicht hat, so ist diese letzte Zahl der 9er-Rest der ursprünglichen Zahl. Begründen Sie das.

7. Beweisen Sie die Transitivität der Teilerrelation: $a \mid b$ und $b \mid c \Rightarrow a \mid c$.