



4. Übung

Äquivalenzrelation, Kongruenzrechnung

Präsenzübungen

1.
 - a. Stellen Sie die Multiplikationstafel auf für die Restklassen von R_5 und R_6 .
 - b. In welchen Zeilen der Multiplikationstafel von R_5 tauchen als Ergebnis alle Restklassen von R_5 auf?
Wie ist das in der Tafel von R_6 ?
 - c. Schreiben Sie alle Lösungen auf für $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{0}$
 - i. In R_5 .
 - ii. In R_6 .
 - d. Eine Restklasse $\bar{a} \in R_m, \bar{a} \neq \bar{0}$ heißt Nullteiler von R_m , wenn es eine Restklasse $\bar{b} \in R_m, \bar{b} \neq \bar{0}$ gibt mit $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{0}$. Was sind nach Aufgabe c. die Nullteiler von R_5 und R_6 ?
 - e. In der Vorlesung haben wir die Multiplikationstabelle für R_7 durchgerechnet. Suchen Sie in dieser nach Nullteilern.
 - f. Stellen Sie Vermutungen an, wann Nullteiler auftauchen. Überprüfen Sie die Vermutungen.

Hausübungen (Abgabe: Do, 18.11.04)

2. Untersuchen Sie, ob die Relation eine Äquivalenzrelation ist. Untersuchen Sie dazu immer alle drei Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie und Transitivität:
 - a. „ist Teiler von“
 - b. „sind Aufgabengruppenpartner“
Erläuterung: Zwei Menschen a,b sind Aufgabengruppenpartner, in Zeichen a AGP b, wenn sie in der Vorlesung „Einführung in die Mathematik I“ in diesem Semester ihre Aufgaben in einer Gruppe abgeben.
 - c. „sind Gruppenpartner“
Erläuterung: Zwei Menschen a,b sind Gruppenpartner, in Zeichen a GP b, wenn es (irgend) eine Arbeitsgruppe gibt, in der a und b zusammen arbeiten.
3.
 - a. Stellen Sie die Additionstafel auf für $R_5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$
 - b. Welche Regelmäßigkeiten gelten allgemein in einer Additionstafel für eine Restklassenmenge R_m ? Begründen Sie die Regelmäßigkeiten.
(Wo stehen absolut gesehen welche Restklassen? Wo stehen relativ gesehen welche Restklassen? Wo stehen gleiche Restklassen? Welche Symmetrie ist vorhanden?)

4.

a. Berechnen Sie x

i. $3^6 \equiv x \pmod{7}$ mit $0 \leq x \leq 6$

ii. $5^6 \equiv x \pmod{7}$ mit $0 \leq x \leq 6$

iii. $3^{10} \equiv x \pmod{11}$ mit $0 \leq x \leq 10$

iv. $4^{12} \equiv x \pmod{13}$ mit $0 \leq x \leq 12$

v. $5^{12} \equiv x \pmod{13}$ mit $0 \leq x \leq 12$

b. Haben Sie eine Vermutung über eine Regelmäßigkeit? Schreiben Sie sie allgemein auf.

c. Berechnen Sie nun (möglichst geschickt) $7^{112} \equiv x \pmod{11}$ mit $0 \leq x \leq 10$.